第64卷 第5期 天 文 学 报 Vol. 64 No. 5
2023年9月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Sept., 2023

doi: 10.15940/j.cnki.0001-5245.2023.05.004

类星链卫星星座轨道的分析及设计*

汤靖师[1,2,3†] 屈颖莹[1,2,3] 王 琦[4]

(1 南京大学天文与空间科学学院 南京 210023)
(2 现代天文与天体物理教育部重点实验室 南京 210023)
(3 南京大学空间环境与航天动力学研究所 南京 210023)
(4 北京跟踪与通信技术研究所 北京 100094)

摘要 卫星星座对于通信、导航、对地观测等卫星系统中有比较广泛的应用, 可以提供较好的地面覆盖, 更好地满足系统的需求. 在各类卫星星座中, Walker星座的应用比较广泛. 这类星座设计相对简单, 地面平均覆盖性能较好, 可用于导航卫星、低轨通信卫星的星座设计. 虽然Walker星座的地面平均覆盖性能较好, 但卫星的星下点轨迹一般并不重合. 更重要的是, 当多个Walker星座协同工作时, 如果要保证星座间整体同步且轨道平面具有相同的进动速率Ω_1, 那么即使稍稍改变其他星座的轨道倾角, 轨道半长径a也会出现相当大的变化. 据此, 美国太空探索(SpaceX)公司在其星链(Starlink)卫星星座中调整了设计思路, 以不同星座间具有相同的回归周期($N_{\rm day}$天内完成$N_{\rm orb}$个轨道周期)为依据, 实现了多层(shell)运动同步的星座设计, 并且在同层星座内所有卫星具有相同的星下点轨迹. 根据SpaceX公司公布的专利, Starlink星座第2期3层轨道的星座即采用这种设计方案. SpaceX在其专利文档中公布并主张了上述理念和特性, 但没有提供设计思路和技术细节. 以此为基础, 探讨可能的"类星链"星座设计思路, 并在此基础上分析这类星座中星间链路的选择策略及特性.

关键词 天体力学: 卫星轨道, 天体力学: 星座设计, 空间飞船: 星链卫星

中图分类号: P135; **文献标识码**: A

1 引言

近年来, 随着卫星应用领域的不断拓展, 许多的飞行任务已经无法单纯依靠单颗卫星来完成, 为适应诸如卫星通信、卫星互联网等方面提出的新需求, 由多颗卫星构成的卫星星座正逐渐成为一些飞行任务的首选方案. 与单个卫星相比, 卫星星座的覆盖范围有着显著增加, 合理的星座构型可以使其达到全球连续覆盖或全球多重连续覆盖, 这样的特性使得卫星星座在例如要求全球覆盖或是接近全球覆盖的全球通信或导航飞行任务中有着独特的优势, 其整体功能远大于单个卫星的功能总和[1].

2022-07-20收到原稿, 2022-08-28收到修改稿

*国家自然科学基金项目(11873031)资助

†jstang@nju.edu.cn

卫星星座的研究工作起始于上世纪60年代初, 在星座设计、站位保持等方面都已有大量的研究成果, 其中Walker[2]和Ballard[3]贡献突出, 发表了多篇关于卫星星座构形、覆盖特性分析和地面轨迹等的相关文章. 目前, 星座设计常采用的星座构型有如下几种: 星形星座、Walker-δ星座、Rosette星座和σ星座[4–5].

通常对于卫星星座首先考虑的是满足地面覆盖性能的需求. 在这一因素下, Walker星座及其部分特殊的构型, 特别是Walker-δ星座在实际中用途较广. 目前GPS (Global Positioning System)、格

洛纳斯、北斗和伽利略4大全球导航系统均采用或包含中地球轨道的Walker星座构成导航卫星星座或其主要部分.

星链卫星(Starlink)星座是美国太空探索(SpaceX)公司提出并构建的低轨互联网卫星星座, 旨在通过卫星节点提供广泛的互联网接入服务. 截至2022年5月, SpaceX公司已在轨部署约2400颗星链卫星[1], 并计划于2027年完成第1和第2阶段约12000颗卫星的部署[2].

为了满足地面覆盖需求, 星链卫星星座没有采用Walker星座的设计. 该星座公开的设计细节并不多, 主要内容集中在专利文档中. 文献[6]指出, 如果采用多“层” (shell)星座提供差异化的覆盖特性, 并且希望同时满足多层星座间的同步, 在Walker星座的设计思路下(即卫星平运动角速度n和轨道面进动速率Ω_1的比值相同), 即使轨道倾角稍有变化, 不同层星座的轨道高度也会出现显著的差异. 这一差异之大会使得星座的高度超出监管机构批准的轨道高度范围, 因此无法实施. 文献[6]公开了星链卫星星座不同层星座的同步条件以及同层卫星星下点轨迹重合的特征. 文献[6]以其第2期3层共约7500颗卫星为例演示了上述特征, 但并没有说明如何得到这些具体设计结果.

本文尝试在星链卫星星座公开信息的基础上补全星座设计的方法, 包括星座卫星轨道的设计和星间链路建链规则的设计. 由于星链星座具体参数和需求不得而知, 本工作并非意在完全复现星链星座第2期3层轨道的设计结果, 而是希望通过解读、分析给出近似的设计结果, 这也是本文定位于设计“类”星链星座的原因. 文章的第2节将通过解读文献[6]分析星链星座的特征, 讨论设计思路; 第3节从轨道几何和轨道动力学角度具体给出设计步骤; 第4节通过两个算例展示设计结果; 第5节进行简单的总结.

2 (类)星链星座的特征分析

星链星座设计的公开资料不多, 主要集中在SpaceX公司的专利文档中, 如文献[6]. 该文档中涉及两个基本的概念. 一是同一星座卫星具有不同的轨道面, 但有相同的地面轨迹(原文交替使用了ground track、snake、string等词); 二是具有不同轨道倾角的不同星座的卫星之间可以满足一定的同步关系.

经典的Walker星座通常包含一种轨道高度和倾角, 通过均匀分布轨道面(升交点赤经Ω)和同一轨道面中卫星的相位(纬度幅角$u=\omega+f$, 其中ω和f分别为近地点辐角及真近点角)实现卫星的“均匀”分布. 而星链星座的轨道采用了不同的做法, 其中包含多个不同高度的“层” (shell), 不同的轨道层具有不同的高度和倾角. 每一层中的卫星虽然具有相同的轨道高度和倾角, 但每颗星都有不同的升交点赤经. 这意味着即使对于每个轨道层, 其中的卫星也不是传统意义上的Walker星座, 或者说是卫星数和轨道面数相等, 每个轨道面上只有一颗星的非常特殊的Walker星座(相位因子待定). 以星链2期为例, 目前公开的轨道层分布如表1所示.

表 1 星链卫星星座2期的轨道层
Table 1 Orbital shells of Starlink Phase 2

#	altitude/km	inclination/°	number
1	335.9	42	2493
2	340.8	48	2478
3	345.6	53	2547

为了方便理解, 本文中“星链星座”或“类星链星座”指的是所有协同工作的多层星座共同组成的整体, 单纯的“星座”指的是其中每一层的卫星集合, 也就是前面提到的具有相同高度和倾角的轨道层(shell).

星链星座的设计加入了J_2摄动, 也就是考虑了轨道面、拱线和平近点角的长期项Ω_1、ω_1和M_1. 这里的下标表示J_2项作用下卫星轨道角变量的一阶长期变率[7].

在此基础上, 如果考虑到同一星座的卫星具有相同的星下点轨迹, 可以认为轨迹上相邻两颗卫星先后经过同一星下点.

[1]基于https://www.spacexstats.xyz/#starlink-in-space提供的图表(2022年6月访问)

[2]基于https://everydayastronaut.com/starlink-group-4-19-falcon-9-block-5/提供的参数(2022年6月访问)

在考虑J_2摄动下, 地面轨迹相同的卫星如图1所示, 以图中情形为例, 意味着经过Δt后A星将经过B星当前所在的星下点位置. 由此不难得到:

$$\begin{cases}\Delta u = (n + M_1 + \omega_1)\Delta t\,,\\ \Delta\Omega_{\rm G} = (n_{\rm e} - \Omega_1)\Delta t\,,\end{cases} \tag{1}$$

其中$n_{\rm e}$为地球自转角速度. 为了保证上式对星座中所有卫星都成立, 上式还暗含了星座中所有卫星—即使采用了和Walker星座不同的设计—也具有相同的平均轨道半长径$\bar{a}$、偏心率$\bar{e}$和轨道倾角$\bar{i}$, 因此该星座中卫星受J_2摄动产生的角变量一阶变率均为Ω_1、ω_1和M_1. 关于J_2摄动产生的轨道长期变率的表达式, 可参见文献[7]或附录2.

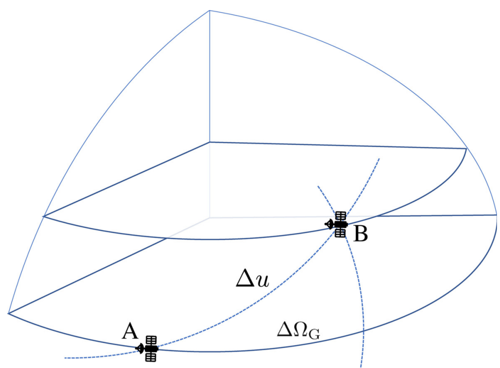

图 1 在考虑J_2摄动下, 地面轨迹相同的卫星. 图中A、B之间标注的Δu并不表示两星在同一轨道上纬度幅角的相位差(该星座中任意两颗星均不共轨), 仅表示A星在自身轨道上经过Δu后来到之前B星所在的星下点. 自然地, 两星之间标注的经度差$\Delta\Omega_{\rm G}$对应的是考虑地球自转的地理经度.

Fig. 1 Satellites sharing the same ground track, considering the J_2 perturbation. It is noteworthy that the denoted Δu between satellites A and B does not mean the difference of their arguments of latitude (no satellites in this constellation are coplanar), but rather the distance A traverses before it passes the ground point that B once passed. Naturally, $\Delta\Omega_{\rm G}$ denotes the difference of their geographic longitudes inclusive of Earth rotation.

另一方面, 星链星座的设计可以保证其中每个星座保持同步的"回归(repeating)"或"非回归(non-repeating)"特性. 其中的"回归"指的是卫星在$N_{\rm day}$天中完成$N_{\rm orb}$个轨道周期($N_{\rm day}$和$N_{\rm orb}$均为整数), 在考虑J_2摄动的情况下, 应该有:

$$\begin{aligned}&\frac{2\pi N_{\rm day}}{n_{\rm e} - \Omega_1} = \frac{2\pi N_{\rm orb}}{n + M_1 + \omega_1}\\ &\Rightarrow \frac{N_{\rm day}}{N_{\rm orb}} = \frac{n_{\rm e} - \Omega_1}{n + M_1 + \omega_1}\,.\end{aligned} \tag{2}$$

文献[6]中提到, 这一思路也适用于非回归轨道. 关于非回归轨道如何套用上式并在星座轨道设计中应用, 将在3.1.3节讨论. 总之, 我们在后面的讨论中认为(2)式始终成立(即使对"非回归"轨道亦如此), 并定义:

$$A(a,e,i) \equiv \frac{n_{\rm e} - \Omega_1}{n + M_1 + \omega_1} = \frac{N_{\rm day}}{N_{\rm orb}} \equiv \alpha\,. \tag{3}$$

上式是整个星链星座设计的基础, 可以用于设计星座的大小、形状和倾角(a,e,i)以及各个卫星的相位$(\Omega, u = f + \omega)$.

首先, (3)式给出了形如$F(a,e,i,\alpha) = 0$的约束. 通常可以选取$e = 0$, 那么确定a、i和α中的两个量, 就可以通过(3)式解算出第3个量. 对于星链星座特色的多层星座, 在确定"基准"星座的a^*和i^* (星号对应"基准"星座)后, 要求其他层的星座与"基准"星座保持同步, 只需要确定第k个星座轨道倾角i_k, 即可通过下面的关系解算出其轨道高度(半长径):

$$A(a^*, e^* = 0, i^*) = \alpha = A(a_k, e_k = 0, i_k)\,. \tag{4}$$

文献[6]中展示了上式的一个特点: 给定$i \in [0, 2\pi)$和α, 解算出的半长径分布在较小的范围内, 这对于大型星座的申请和部署是非常有利的. 关于这一约束在实际星座设计中的应用和解算步骤, 将在第3节具体介绍.

其次, (1)–(2)式表明, 可以选择星座卫星的个数为$N_{\rm sat}$, 满足:

$$N_{\rm sat} = {\rm round}\left(\frac{2\pi N_{\rm day}}{\Delta\Omega_{\rm G}}\right) = {\rm round}\left(\frac{2\pi N_{\rm orb}}{\Delta u}\right), \tag{5}$$

其中round(·)表示四舍五入取整.

对于星座中卫星轨道初值的选取, 不难发现星座卫星之间的升交点赤经之差$\Delta\Omega$与纬度辐角之差Δu满足$\Delta\Omega = \Delta\Omega_{\rm G} = \alpha\Delta u$. 这样, 只要确定

了$\Delta\Omega$或Δu, 那么该星座中的卫星数量以及卫星的升交点赤经和纬度幅角的取值也都确定了.

值得一提的是, 由(5)式可以发现, 星座中卫星的升交点赤经虽不是像Walker星座一样在2π范围内均匀分布, 但也与之相似, 在其回归周期$N_{\rm day}$天内均匀分布. 如图2所示, 对于有P个轨道面的Walker星座, 每个轨道面的升交点间隔为$2\pi/P$; 而在类星链星座中, 升交点赤经均匀分布在$2\pi N_{\rm day}$的范围内(而不是像Walker星座一样分布在2π内), 且每个轨道面中只有1颗卫星(所以轨道面数等于卫星数), 因此相邻轨道面的升交点赤经间隔为$2\pi N_{\rm day}/N_{\rm sat}$, 且相邻轨道面卫星的相位差为$\Delta u$.

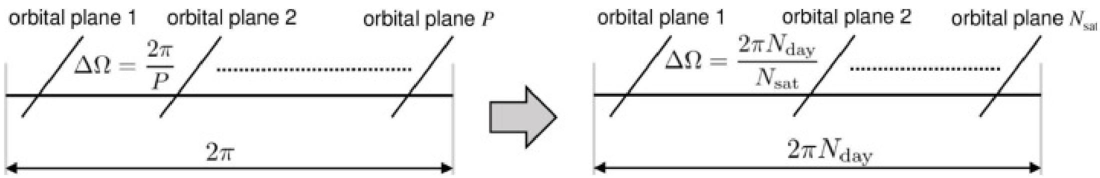

图 2 Walker星座及类星链星座中轨道面的示意

Fig. 2 Illustration of orbital planes in Walker constellation and Starlink-like constellation

更进一步分析, 如果$N_{\rm day} > 1$, 星座无法在1 d内完成回归, 那么在1 d后势必每天都至少会有一条星下点轨迹"接近"最初的那条轨迹, 其中最接近的轨迹在最初轨迹两侧各有一条, 分别对应第1 d后的轨迹和第($N_{\rm day}-1$) d后的轨迹. 由于星座卫星在相同的轨迹上"均匀"分布, 那么$N_{\rm day} > 1$时, 对于星座中每一颗卫星, 在其左右两侧各有一颗卫星与其保持比较稳定的相对位置. 这一特性可以用于分析星座中卫星的建链规则, 将在下一节继续讨论.

3 类星链星座的设计步骤

根据上一节对星链星座有关文档的解读和分析, 本节讨论星座卫星轨道的设计步骤. 由于星链星座文档中的技术细节有限, 加之本文重点在于分析、利用星链星座的主要特征, 而不是100%复现, 因此这里称之为"类星链星座".

本节讨论的设计包括两个方面: (1)星座卫星轨道的设计, 具体来说是初始轨道根数的设计, 包括星座卫星相同根数的设计, 包括半长径a、偏心率e和倾角i以及星座卫星差异化的根数的取值, 包括升交点赤经Ω、近地点幅角ω和真近点角f; (2)星座卫星建立星间链路适用规则的设计, 具体来说就是如何从指定的卫星中选择用于建链的目标卫星.

3.1 星座卫星轨道的设计

3.1.1 星座共同参数的确定

本节讨论星座卫星中共同轨道根数/参数的确定, 包括半长径a、偏心率e、倾角i以及回归周期参数α. 决定这组参数依靠的是(3)式, 因此需要事先确定其中3个. 从实际需求角度来看, 回归周期参数α决定了星下点轨迹的"密集"程度, 倾角决定了星下点轨迹覆盖的纬度范围, 都与星座的功能和实现相关, 可以由用户事先自行确定.

对于偏心率, 如无特殊需求可以认为$e = 0$, 也可以按照冻结轨道选取合适的e[8]. 当选择冻结轨道时, 需要同时取近地点幅角为相应的不动点解$\omega = \pi/2$. 此时, 后文对纬度幅角$u = \omega + f$的约束则为对真近点角f的约束, 同时(3)式和冻结轨道条件[8]需要迭代求解. 虽然求解过程会因此稍微复杂些, 但求解难度和星座的实现并没有本质的影响. 方便起见, 下面取$e = 0$, 将讨论重点放在类星链星座自身的设计上. 这样, (3)式就给出了半长径a满足的方程.

虽然这个方程关于a是非线性的, 但求解并不复杂. 首先根据下面的式子给出a的初值a_0,

$$a_0 = \sqrt[3]{\mu/n^2} = \sqrt[3]{\mu(\alpha/n_{\rm e})^2}\,, \tag{6}$$

其中$\mu = GM_{\rm e}$是地心引力常数. 随后可以通过牛顿迭代求解$F(a,e,i,\alpha) = A(a,e,i) - \alpha = 0$, 或者借

助其中的n直接使用简单迭代, 都可以很方便地收敛. 对于大偏心率轨道, 上面的迭代过程也不会遇到收敛问题. 即使为了满足特殊的需求(比如对南、北半球特殊的覆盖)需要设计大偏心率轨道, 只要事先给定e, 也可以通过上面的过程解算出a.

对于"类星链星座"中多层同步的星座, 通过(3)–(4)式可以给出满足同步关系的轨道. 举例来说, 对于圆轨道, 如果已知"基准"星座的a^*和i^*, 事实上就得到了多层星座的回归周期参数α. 对于同步的其他星座, 只要给定倾角i, 就可以解算出对应的a.

这类设计的优点是对于任意给定的倾角, 满足上述同步关系的轨道高度(半长径)都集中在较小范围内, 这对于星座轨道的申请、部署都是有益的. 图3展示的是两组星座轨道高度($h \equiv a - a_e$, a_e为地球参考椭球赤道半径)和轨道倾角的关系, 图中的h和i都在各自设定的偏心率下满足同步关系. 其中上图展示的是满足同步关系的圆轨道的高度与倾角关系, 采用给定基准轨道根数$h^* = 345.6$ km、$i^* = 53°$计算; 下图展示的是满足同步关系的大偏心率轨道($e = 0.7$)的高度与倾角关系, 采用给定回归周期参数和轨道倾角$\alpha = N_{\rm day}/N_{\rm orb} = 1:2$、$i^* = 63°23'$计算, 该算例表明上述关系式亦可用于中轨大偏心率轨道(是否有需要由实际需求决定).

通过这一步可以得到星座中的共同参数, 这些参数描述了星座的大小、轨道面、回归周期等整体状态.

3.1.2 星座卫星幅角相位的取值

在确定星座的整体状态后, 本节讨论确定星座卫星升交点赤经Ω和纬度幅角$u = f + \omega$的取值.

一般来说ω可以根据需求事先确定, 比如对Molniya轨道, 可以根据需求选取ω在稳定平衡点$\pi/2$或$3\pi/2$附近, 以保证远地点保持在北半球或南半球; 或者对采用近圆冻结轨道的地球卫星, 可以选择$\omega = \pi/2$以实现轨道平根数在平均系统下保持冻结状态[8]. 因此本文重点讨论纬度幅角u的取值, 如无特殊需求, 可以任意选取ω, 通过$f = u - \omega$确定卫星的真近点角.

星座卫星幅角的取值显然和两个因素有关, 一是基准星座的角度量Ω^*、u^*, 二是星座卫星的数目$N_{\rm sat}$. 一旦这两项数值确定下来, 根据(5)式立刻可以得到星座中$N_{\rm sat}$颗卫星的升交点赤经和纬度幅角的取值. 对于上面的第2条, 也可以根据卫星的覆盖需求首先定下卫星的$\Delta\Omega$、Δu, 然后根据(5)式得到星座中卫星的数目$N_{\rm sat}$. 无论如何, 可以得到:

$$\begin{cases} \Omega_k = \mathrm{mod}[\Omega^* + (k-1)\Delta\Omega, 2\pi] \\ \quad\ = \mathrm{mod}(\Omega^* + \Delta_k N_{\rm day}, 2\pi)\,, \\ u_k = \mathrm{mod}[u^* + (k-1)\Delta u, 2\pi] \\ \quad\ = \mathrm{mod}(u^* + \Delta_k N_{\rm orb}, 2\pi)\,, \end{cases}$$
$$\Delta_k = 2\pi(k-1)/N_{\rm sat}\,,\quad k = 1, \cdots, N_{\rm sat}\,. \tag{7}$$

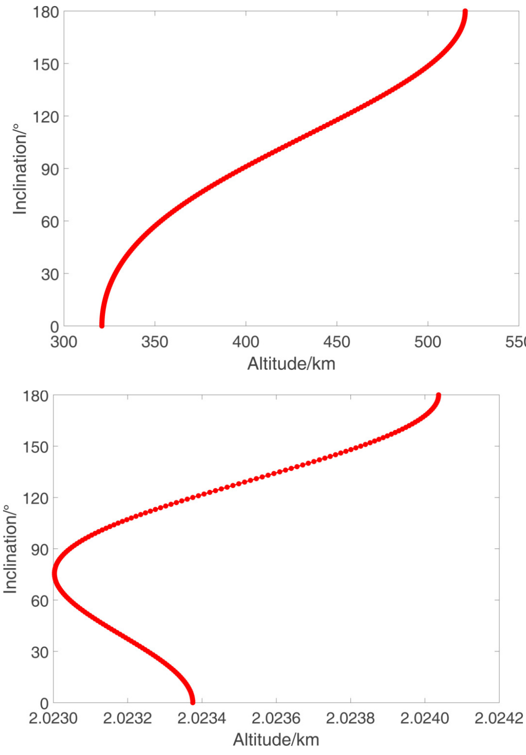

图 3　满足同步关系的轨道高度($h = a - a_e$)与倾角. 上图: 给定基准轨道高度、基准倾角的圆轨道; 下图: 给定回归周期参数α、基准倾角的大偏心率轨道($e = 0.7$).

Fig. 3　Altitude and inclination that satisfy the synchronous condition, for (above) circular orbits calculated using given reference altitude and inclination and (below) highly eccentric orbits ($e = 0.7$) calculated using given repeating parameter α and reference inclination.

关于基准星座的幅角取值, 可以由用户指定或

者根据特定的需求来计算. 比如要求星座经过特定星下点(大地经纬度分别为: $\lambda_{\mathrm{G}}, \varphi_{\mathrm{G}}$), 那么由如图4所示的卫星在轨轨道几何不难得到:

$$\begin{cases} \cos\varphi_{\mathrm{G}}\cos\theta^* &= \cos u^*\,, \\ \cos\varphi_{\mathrm{G}}\sin\theta^* &= \sin u^*\cos i\,, \\ \sin\varphi_{\mathrm{G}} &= \sin u^*\sin i\,, \\ \theta^* &= \lambda_{\mathrm{G}} - \Omega^*_{\mathrm{G}}\,, \\ &= \lambda_{\mathrm{G}} - (\Omega^* - S_{\mathrm{G}})\,, \end{cases} \tag{8}$$

其中S_{G}表示参考历元的格林尼治恒星时.

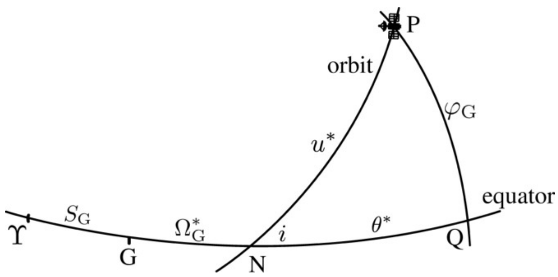

图 4 卫星在轨的轨道几何, 其中♈、G、N和Q分别表示春分点、本初子午线与赤道面的交点、轨道升交点和过卫星P的经圈与赤道面的交点, $\widehat{\Upsilon\mathrm{G}} = S_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{GN}} = \Omega^*_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{GQ}} = \lambda_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{NQ}} = \theta^*$.

Fig. 4 Geometry of satellite orbit, where ♈, G, N and Q are respectively equinox, the intersection point of the prime meridian with the equator, the ascending node and the intersection of equator with the meridian that passes satellite P, and thus $\widehat{\Upsilon\mathrm{G}} = S_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{GN}} = \Omega^*_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{GQ}} = \lambda_{\mathrm{G}}, \widehat{\mathrm{NQ}} = \theta^*$.

轨迹可以是在升轨段或者降轨段经过特定星下点, 对应$\sin\varphi_{\mathrm{G}} = \sin u^*\sin i$在主值范围内$u^*$存在两个解. 分别标记升轨段和降轨段为$A$和$D$, 则:

$$\begin{aligned} u^*_A &= \arcsin\left(\frac{\sin\varphi_{\mathrm{G}}}{\sin i}\right)\,, \\ u^*_D &= \pi - \arcsin\left(\frac{\sin\varphi_{\mathrm{G}}}{\sin i}\right)\,. \end{aligned} \tag{9}$$

无论是升轨段($u^* = u^*_A$)还是降轨段($u^* = u^*_D$), 基准星的升交点赤经Ω^*均为:

$$\begin{aligned} \Omega^* &= \lambda_{\mathrm{G}} + S_{\mathrm{G}} - \theta^* \\ &= \lambda_{\mathrm{G}} + S_{\mathrm{G}} - \mathrm{atan2}\left(\frac{\sin u^*\cos i}{\cos\varphi_{\mathrm{G}}}, \frac{\cos u^*}{\cos\varphi_{\mathrm{G}}}\right)\,, \end{aligned} \tag{10}$$

其中atan2表示使用sin和cos值求幅角主值.

如果要求星座的轨迹覆盖多个指定的星下点($\lambda_{\mathrm{G},j}, \varphi_{\mathrm{G},j}, j = 1, 2, \ldots$), 那么同样可以借助(8)式计算轨迹到所有指定星下点的距离. 不过此时问题不能仅仅采用最小二乘去寻找到指定星下点"距离平方和"最小的轨迹, 还要考虑到这些距离是否在轨迹与指定点的可见范围内, 抑或轨迹对某些指定点的可见弧段是否过短等因素. 如果"距离平方和"最小的轨迹实际与部分指定星下点的距离已经超出了可见范围, 或者可见弧段过短以致没有实用价值, 那么可以通过设置权重等方法调整性能指标寻找最优的轨迹. 这一问题涉及特定需求下的最优判据、优化方法等若干更加细致、具体的问题, 已超出本文范围.

关于星座中卫星数目的确定, 显然和卫星的覆盖需求有关. 在单层星座中, 所有卫星运行在相同的星下点的轨迹上, 相邻两颗卫星之间的夹角和所处位置有关, 但相对稳定. 因此如果能设法解算出轨迹上相邻两星的最大夹角$\psi_{\max}$, 并要求其不超过给定的数值ψ^*, 那么即可保证最基本的覆盖条件. 至于ψ^*的取值, 应由根据卫星对地覆盖的最大张角、设备最低的高度角等具体的条件和需求来决定.

假设连续两颗星中落后卫星的相位角为u_1, 则根据球面三角公式和图4可以得到:

$$\begin{aligned} \cos\psi = {} & \cos\Delta u\cos\Delta\Omega - \sin\Delta u\sin\Delta\Omega\cos i + \\ & \frac{1}{2}\left[\cos\Delta u - \cos(2u_1 + \Delta u)\right]\cdot \\ & \sin^2 i(1 - \cos\Delta\Omega)\,. \end{aligned} \tag{11}$$

若要保证相邻卫星的夹角最大值依然小于ψ^*, 那么应该有$\cos(\psi_{\max}) = (\cos\psi)_{\min} \geqslant \cos\psi^*$. 由于根据(11)式可以得到:

$$\begin{aligned} (\cos\psi)_{\min} = {} & \cos\Delta u\cos\Delta\Omega - \sin\Delta u\sin\Delta\Omega\cos i + \\ & \frac{1}{2}(\cos\Delta u - 1)\sin^2 i(1 - \cos\Delta\Omega)\,, \end{aligned} \tag{12}$$

且$\Delta\Omega = \alpha\Delta u$, 那么为了能够保证覆盖, 星座卫星

相位差Δu至少应满足:

$$\cos\Delta u\cos(\alpha\Delta u)-\sin\Delta u\sin(\alpha\Delta u)\cos i+\frac{1}{2}(\cos\Delta u-1)\sin^2 i\,[1-\cos(\alpha\Delta u)]=\cos\psi^*\,. \tag{13}$$

这个方程可以通过牛顿迭代求解. 关于Δu的解算过程以及偏导数的具体公式在附录1中讨论, 正文中不赘述过多细节.

得到Δu后立刻可以得到$\Delta\Omega=\alpha\Delta u$, 根据(5)式和(7)式分别可以得到该星座中卫星的数目$N_{\rm sat}$、每颗卫星的升交点赤经Ω_k及纬度幅角u_k.

对于“类星链星座”中多层同步的星座, 为了提高覆盖效率, 可以将每层轨迹与赤道的交点设计为交错分布. 由于各层之间的回归周期参数$\alpha=N_{\rm day}/N_{\rm orb}=\Delta\Omega/\Delta u$相同, 因此星下点轨迹与赤道交点的数目彼此相同. 无论“类星链星座”包含多少层星座, 只要始终满足同步的条件, 那么各层星座之间轨迹与赤道交点交错、均匀分布就是可行的.

对每层星座, 星下点轨迹与赤道相邻交点(同按轨道升交点或降交点计)的间隔为$\Delta\Omega_N=2\pi N_{\rm day}/N_{\rm orb}=2\pi\alpha$. 假设共有$L$层同步的星座, 取#1层星座轨迹过赤道时的升交点经度为$\Omega_{\rm G}^{(1)}$, 那么#j层星座轨迹过赤道时的升交点经度为$\Omega_{\rm G}^{(j)}=\Omega_{\rm G}^{(1)}+(j-1)\Delta\Omega_N/L$. 关于$\Omega_{\rm G}^{(1)}$的计算, 注意到$(\Omega_{\rm G}^{(1)},0)$是轨迹与赤道的交点, 该层星座中的基准轨道也一定经过这一点, 那么只需要考虑基准轨道对应卫星(亦即基准幅角对应的卫星, 下称“基准星”)前一次经过赤道对应的$\Omega_{\rm G}^{(1)}$, 将其作为“类星链星座”确定各层轨道轨迹与赤道交点经度的基准即可. 这样, #1层星座基准星经过升交点时的经度$\Omega_{\rm G}^{(1)}$为:

$$\begin{aligned}\Omega_{\rm G}^{(1)}&=\Omega^{(1)}(t^*-\Delta t)-S_{\rm G}(t^*-\Delta t)\\&=\left(\Omega^{(1,*)}-\Omega_1^{(1)}\Delta t\right)-[S_{\rm G}(t^*)-n_{\rm e}\Delta t]\\&=\Omega^{(1,*)}-S_{\rm G}(t^*)+(n_{\rm e}-\Omega_1^{(1)})\Delta t\\&=\Omega^{(1,*)}-S_{\rm G}(t^*)+(n_{\rm e}-\Omega_1^{(1)})\cdot\\&\quad\frac{u^{(1,*)}}{n^{(1)}+M_1^{(1)}+\omega_1^{(1)}}\\&=\Omega^{(1,*)}-S_{\rm G}(t^*)+\alpha u^{(1,*)}\equiv\Omega_{\rm G}^{(1,*)}+\alpha u^{(1,*)}\,,\end{aligned} \tag{14}$$

其中上标(1)表示针对#1层星座, 用于在多层星座中相互区分; $\Omega^{(1,*)}$表示#1层星座升交点赤经的基准值, 等价于前文讨论单层星座时的Ω^*; 时刻t^*表示幅角基准取值对应的参考历元, 即$\Omega^{(1,*)}$、$u^{(1,*)}$对应的历元.

同理, $\Omega_{\rm G}^{(j)}$给出了#j层星座的轨迹与赤道交点的经度, 但如果要确定该星座中所有卫星的幅角, 首先需要确定该星座中基准星对应的幅角, 记为$\Omega_{\rm G}^{(j,*)}$ (或等价的$\Omega^{(j,*)}$)及$u^{(j,*)}$. 纬度幅角的基准值同样可以参考#1层星座给出, 即$u^{(j,*)}=u^{(1,*)}+(j-1)\Delta u/L$. 采用和(14)式相同的思路, 分别令$t^*$和$\Delta t$为基准幅角对应的参考历元和基准星从基准幅角之前最近的升交点运行至基准幅角所需的时间, 那么:

$$\begin{aligned}\Omega_{\rm G}^{(j,*)}&=\Omega^{(j,*)}-S_{\rm G}(t^*)\\&=\left[\Omega^{(j)}(t^*-\Delta t)+\Delta\Omega_1^{(j)}\Delta t\right]-\\&\quad[S_{\rm G}(t^*-\Delta t)+n_{\rm e}\Delta t]\\&=\Omega^{(j)}(t^*-\Delta t)-S_{\rm G}(t^*-\Delta t)-\\&\quad(n_{\rm e}-\Delta\Omega_1^{(j)})\Delta t\\&=\Omega_{\rm G}^{(j)}-\alpha u^{(j,*)}\,.\end{aligned} \tag{15}$$

综合(14)–(15)式, 可得#j层星座与#1层星座之间基准幅角的关系为:

$$\begin{aligned}\Omega_{\rm G}^{(j,*)}&=\Omega_{\rm G}^{(1,*)}+(j-1)(\Delta\Omega_N-\Delta\Omega)/L\\&=\Omega_{\rm G}^{(1,*)}+\alpha(j-1)(2\pi-\Delta u)/L\\u^{(j,*)}&=u^{(1,*)}+(j-1)\Delta u/L\,.\end{aligned} \tag{16}$$

一般情况下, 各层星座的基准轨道相对同一历元给出, 因此升交点赤经同样满足(16)式第1式, 否则要考虑不同历元之间地球自转对升交点赤经的影响. 这从(14)和(15)式也可以导出, 此处不再赘述.

3.1.3　卫星轨道根数设计结果的应用

前面两节给出了类星链星座的轨道设计, 设计流程如图5所示.

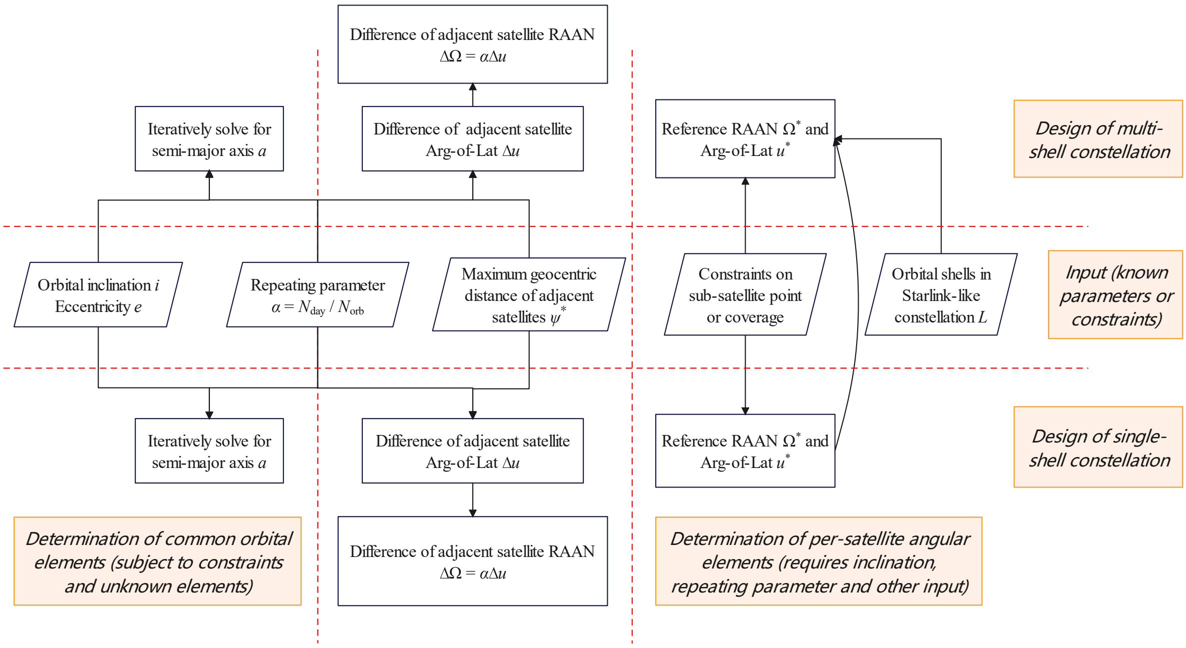

图 5　类星链星座的轨道设计流程, 其中RAAN和Arg-of-Lat分别表示升交点赤经及纬度辐角.

Fig. 5　Orbit design flow of Starlink-like constellation, where RAAN and Arg-of-Lat stand for right ascension of ascending node and argument of latitude respectively.

本节讨论前述设计思路和步骤在实际场景中的应用, 主要讨论两个问题.

首先, 现有算法均假设星座满足(3)式的回归特性, 不过对于非回归轨道, 上述方法依然适用. 从数值角度来看, 即使是非回归轨道也可以在一定精度内找到满足$(n_{\rm e}-\Omega_1)/(n+M_1+\omega_1)$的整数比. 这个数值可能并非是“回归”轨道对应的简单整数比, 但不妨碍我们据此计算$\alpha = N_{\rm day}/N_{\rm orb}$, 这样可以完全采用前面的步骤来设计基准星的轨道根数和星座卫星的升交点赤经间隔$\Delta\Omega$ (或经度间隔$\Delta\Omega_{\rm G}$)及纬度幅角的间隔Δu.

但需要注意的是, 对于非回归轨道, “强行”构造的回归周期$\alpha = N_{\rm day}/N_{\rm orb}$必然会导致很大的$N_{\rm day}$、$N_{\rm orb}$数值. 根据“类星链星座”对幅角的设计思路或者直接参照(5)式, 不难发现此时会计算出很大的卫星数目$N_{\rm sat}$. 由于实际中星座轨道并没有这样的回归要求, 因此这么多星数的设计并无必要. 一个简单的做法是设定一个天数$N^*_{\rm day}$, 并以此计算$N^*_{\rm orb} = N^*_{\rm day}/\alpha$ (反之, 先设定轨道周期数$N^*_{\rm orb}$后计算天数$N^*_{\rm day}$亦可), 然后以此来计算

$$N^*_{\rm sat} = {\rm round}(2\pi N^*_{\rm day}/\Delta\Omega_{\rm G}) = {\rm round}(2\pi N^*_{\rm orb}/\Delta u)$$

作为星座中实际的卫星数目.

这种做法其实是截取$N_{\rm sat}$中的前$N^*_{\rm sat}$颗卫星构造星座, 恢复星座的“非回归”特性, 但同时满足所有星座卫星星下点轨迹相同的要求. 对于多层星座的“类星链星座”, 多层星座之间由于轨道本身的a、e、i参数没有变化, 因此依然满足(4)式的同步条件.

本节讨论的第2个实际问题是上面两节的方法在二体加J_2的模型下给出的, 这也是文献[6]考虑的模型. 这样考虑的原因在于: (1)要实现不同高度、倾角的卫星具有相同回归特性的地面轨迹, 仅在二体下是做不到的, 必须要有摄动的参与. 其中J_2是最大的摄动, 影响一般也远超过其他摄动因素; (2)从实际角度出发, 即使在设计阶段加入更复杂的摄动, 在实际中也无法避免执行误差等因素造成的影响, 并且大气这类表面力摄动在实际中不可避免地存在先验模型误差. 因此可以选择一个复杂程度适中的模型, 并在星座部署、维护过程中优化

部署、维持策略, 从而取得最佳的实践效果.

单从细化设计模型本身而言, 加入其他高阶摄动并非不可行. 对于前文所有涉及J_2项长期摄动的表达式, 如(2)、(14)式等, 可以将其他摄动产生的长期项一并加入, 如高阶带谐项、第三体等. 这些摄动因素的加入对这些公式的应用和求解不会带来本质的影响. 不过大气阻力会导致轨道半长径a的长期变化, 从而改变星座的整体回归特性和构型. 而且大气及面质比的先验模型存在不确定性, 与其在设计阶段考虑, 不如在运行过程中适时地进行轨道保持. 这一问题在相关文献如文献[4]中有讨论, 已超出本文范围.

通过3.1.1和3.1.2两节的方法和步骤, 可以得到单层或多层星座中卫星的轨道根数. 这里给出的轨道根数应对应平均根数[7], 实际应用这些设计结果时应加上短周期项得到各星的瞬时根数. 关于短周期项的公式和计算, 可参见文献[7], 这是常规的瞬平根数转换问题, 这里同样不再赘述.

3.2　星间链路的建立规则

从轨道几何的角度出发, 选择星间链路建链对象时一般会倾向选择链路距离短、链路指向相对稳定的目标. 对于Walker星座, 通常可以选择同轨道面内相邻的卫星以及相邻轨道面固定相位编号的星, 对每颗星共计4条候选链路.

“类星链星座”采用同星座内卫星相同地面轨迹的设计, 因此同轨迹上相邻的两颗星是理想的建链对象. 假设当前卫星编号为k $(1 \leqslant k \leqslant N_{\rm sat})$, 则相邻两颗星的编号为$\mathrm{mod}(k, N_{\rm sat})+1$和$\mathrm{mod}(k-2, N_{\rm sat})+1$, 不妨将其分别称为前向链路($F$)和后向链路($B$). 下面讨论如何确定相邻轨迹上的建链对象.

对于在$N_{\rm day}=1$ d内完成回归的地面轨迹, 由于其在一个自转周期内完成闭合, 因此相邻的轨迹是下一个周期以及回归前一个周期. 定义与上升轨迹左、右侧的轨迹上距离最近的卫星建立的链路分别为左侧链路(L)和右侧链路(R), 如果当前卫星的编号为k $(k \in [1, N_{\rm sat}])$, 那么两侧链路对应的卫星编号(定义在$[1, N_{\rm sat}]$上, 下同)分别为:

$$L: \mathrm{mod}\left\{\mathrm{round}\left[N_{\rm spo}(N_{\rm orb}-1)\right]+k-1, N_{\rm sat}\right\}+1,$$

$$R: \mathrm{mod}\left[\mathrm{round}(N_{\rm spo})+k-1, N_{\rm sat}\right]+1, \tag{17}$$

其中$N_{\rm spo}=N_{\rm sat}/N_{\rm orb}$.

当$N_{\rm day}>1$时, 地面轨迹无法在1 d内闭合. 超出1 d但尚未回归的轨迹将穿插在第1 d的地面轨迹之间. 这时距离初始位置最近的不是下一个轨道周期和回归前一个周期, 而是第1 d后从初始位置旁“错开”的轨迹以及第$N_{\rm day}$天, 也就是回归前1 d内从初始位置旁“错开”的轨迹. 图6演示的是一个满足$N_{\rm orb}/N_{\rm day}=31/2$的星座在约90 h内的地面轨迹. 从第1条上升轨迹(对应第1个轨道周期)开始, 距离其最近不是第2条和第$N_{\rm orb}$条轨迹, 而是第16条和第17条轨迹, 前者是第1 d内最接近初始位置的轨迹, 后者是第2 d内最接近初始位置的轨迹.

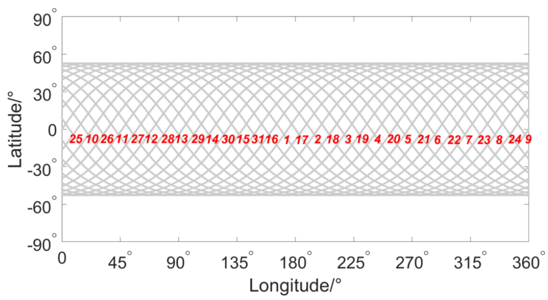

图 6　回归满足$N_{\rm orb}/N_{\rm day}=31/2$的“类星链星座”的星下点轨迹. 任意选取编号为1的轨迹, 每个数字表示了对应周期的轨道的轨迹与赤道的“升交点”.

Fig. 6　Ground track of a Starlink-like constellation satisfying $N_{\rm orb}/N_{\rm day}=31/2$. Arbitrarily selecting a #1 track, numbers denote the ascending track of the corresponding orbital period.

不难发现, 由于每天大约有$N_{\rm orb}/N_{\rm day}=1/\alpha$个轨道周期, 因此两侧链路对应的卫星编号为:

$$\begin{aligned} L: &\ \mathrm{mod}\Big(\mathrm{round}\big\{N_{\rm spo}\cdot \mathrm{floor}[(N_{\rm day}-1)/\alpha+1]\big\}+ \\ &\ j-1, N_{\rm sat}\Big)+1, \\ R: &\ \mathrm{mod}\Big\{\mathrm{round}\left[N_{\rm spo}\cdot \mathrm{floor}(1/\alpha)\right]+j-1, \\ &\ N_{\rm sat}\Big\}+1, \end{aligned} \tag{18}$$

其中floor(·)表示负向取整.

综合上面的分析以及(17)–(18)式, 可以得到对编号为k的卫星, 其前、后、左、右4个方向建立链路对应的卫星编号为:

$$
\begin{aligned}
&F: M(+1)\\
&B: M(-1)\\
&L: \begin{cases} M\Big\{\mathrm{round}[N_{\mathrm{spo}}(N_{\mathrm{orb}}-1)]\Big\}\,, \\ N_{\mathrm{day}}=1\,, \\ M\Big(\mathrm{round}\{N_{\mathrm{spo}}\cdot \mathrm{floor}[(N_{\mathrm{day}}-1)/\alpha+1]\}\Big)\,, \\ N_{\mathrm{day}}>1\,, \end{cases}\\
&R: \begin{cases} M\Big[\mathrm{round}(N_{\mathrm{spo}})\Big]\,, & N_{\mathrm{day}}=1\,, \\ M\Big\{\mathrm{round}[N_{\mathrm{spo}}\cdot \mathrm{floor}(1/\alpha)]\Big\}\,, & N_{\mathrm{day}}>1\,, \end{cases}
\end{aligned}
\tag{19}
$$

其中

$$M(q)=\mathrm{mod}(q+k-1, N_{\mathrm{sat}})+1\,.$$

4 设计仿真算例

本节通过两个算例来展示上述设计算法. 算例1针对单层星座, 展示星座的回归特征、地面轨迹、星间链路和对指定点的覆盖; 算例2针对多层星座, 展示不同高度、倾角星座之间同步的回归特性、地面轨迹和对全球网格点的覆盖.

为了展示设计效果且不失一般性, 设计结果在二体加J_2的平均系统下利用附录2的模型进行预报仿真. 这一结果可以检验平根数的符合情况, 并不会影响验证效果. 除此以外, 考察星下点轨迹时天球坐标系和地球坐标系之间的坐标转换仅考虑地球自转, 不考虑岁差章动和极移. 这和前文设计时考虑的模型一致, 也和二体加J_2达到的模型精度一致, 忽略的因素均小于一阶摄动.

采用简化模型主要是考虑到仿真算例的目的一方面是为了检验设计结果与预期需求是否吻合, 引入高阶摄动会使得仿真星历产生偏差, 反而会对判断设计结果的符合程度带来不必要的干扰; 另一方面, 低轨卫星星座大多需要相对频繁的轨道维持, 轨控间隔从数天至数周不等. 在这样的轨控频率下, 二体加J_2的模型对于体现轨道演化的主要特征已经足够.

4.1 算例1: 单层星座

本算例假设下面的场景/需求:

1. 地面轨迹满足3 d、轨道经过40圈后回归; 星座卫星轨道设为圆轨道, 倾角设定为60°;
2. 地面轨迹要求在2023年1月1日零时(UTC)升轨过程中经过目标点(118°.8, 32°.1), 卫星地心夹角不超过10°;
3. 每颗卫星在前、后、左、右4个方向与相邻卫星建立星间链路.

值得一提的是上述第2条覆盖单点仅用于展示利用卫星星下点覆盖的需求来约束轨道相位, 实际中星座的星下点如有覆盖需求, 往往是针对多点或者特定的区域. 不论是何种需求, 如3.1.2节的讨论, 星下点轨迹覆盖的需求都可以对卫星轨道的相位起到约束. 根据上述要求和第3节描述的设计步骤, 本节算例对应的设计结果如表2所示.

表 2 算例1单层星座设计结果
Table 2 Single-shell constellation for test case 1

parameter	value
α	$3/40=0.075$
satellite number	1497
a/km	7472.802
e	0
i/°	60
Ω^*/°	197.9577
u^*/°	37.8507
$\Delta\Omega$/°	−0.7214
Δu/°	9.6192

除此以外, 星间链路的建链规则按照第3.2节的算法和公式计算. 为了验证和展示星座设计的效果, 对算例一在前述模型下进行预报仿真. 仿真时长6 d, 共643步, 图7展示了仿真结果. 其中6 d内叠加的地面轨迹表明轨迹满足回归性能, 经过指定的

目标点. 目标点地平高度以上星数在121至129之间, 即使考虑实际情况下地平高度角截断和卫星对地张角的限制, 地面轨迹直接经过的点也明显表现出很好的覆盖性能. 对于星间链路, 6 d内全星座的统计表明链路的距离和指向都相对比较稳定, 前后向链路的几何尤其稳定.

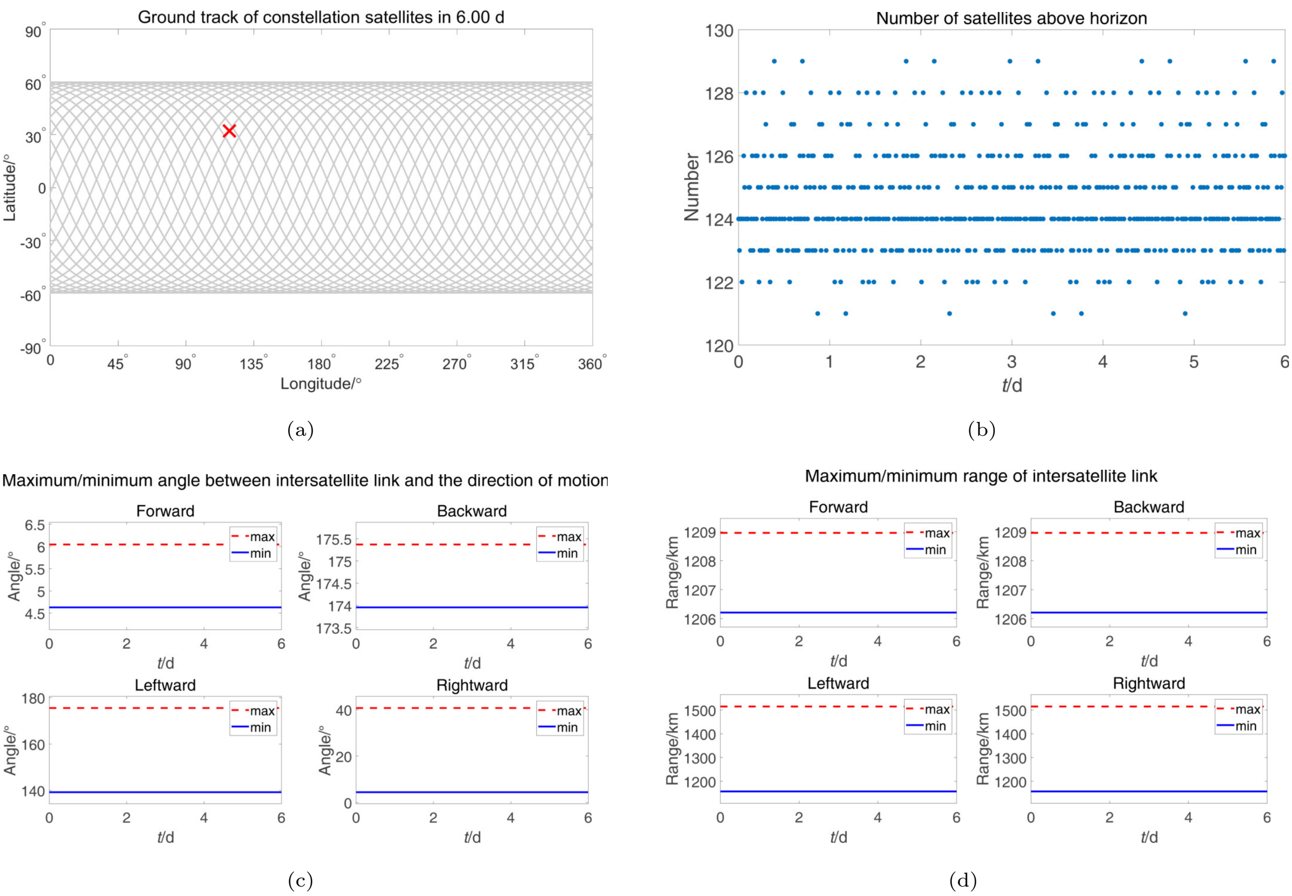

图 7 算例一的仿真结果: (a)星座卫星6 d内叠加的地面轨迹(×标记为轨迹经过的目标点); (b)目标点地平面以上的卫星数; (c)星座中每颗星4条星间链路与卫星运动方向夹角的最大/最小值; (d)星座中每颗星4条星间链路与目标星距离的最大/最小值.

Fig. 7 Simulation of case 1: (a) accumulated ground track of constellation satellites in 6 days (× marks the target point that the track has to pass); (b) number of satellites above horizon with respect to the target point; (c) for all constellation satellites, maximum and minimum angles between the four intersatellite links and the direction of motion; (d) for all constellation satellites, maximum and minimum ranges of four intersatellite links.

4.2 算例2: 多层星座

多层星座算例考虑下面的3层星座场景/需求:

1. 地面轨迹不封闭, 每天约15.5417个轨道周期; 星座卫星轨道设为圆轨道, 星座共3层, 倾角分别为53°、48°和42°;
2. 3层星座地面轨迹与赤道的交点等间隔交错;
3. 设每颗卫星对地覆盖范围为地心连线40°.5以内, 地面可见卫星天顶距在43°.2以内.

卫星相对地面的观测几何如图8所示. 上述场景给出了双向可见的条件, 如果进一步要求每颗卫星在视场中的可见时间不低于1 min, 且轨迹上连续两颗星可通过接力的方式覆盖用户, 那么轨迹上

连续两颗星的地心夹角ψ^*应不超过3°.94. 这一计算过程可参考图8右图的视场中轨迹, 具体细节与星座设计关系不大, 因此列在附录3中, 供参考.

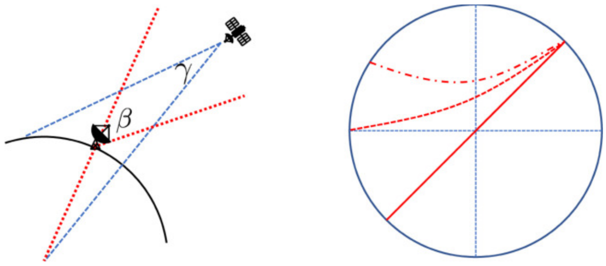

图 8 卫星相对地面点的观测几何. 左: 卫星和地面点互相可见应满足$\gamma \leqslant 40^\circ.5$且$\beta \leqslant 43^\circ.2$; 右: 线条为卫星在视场中的轨迹, 圆心对应观测者天顶.

Fig. 8 Observation geometry of constellation satellite with respect to ground point. Left: the satellite and the ground point are visible to each other when we have $\gamma \leqslant 40^\circ.5$ and $\beta \leqslant 43^\circ.2$; right: lines are satellite trajectories in the field of view, where the center corresponds to observer's zenith.

在得到轨迹上连续两颗星的地心夹角约束ψ^*后, 由3.1.2节的内容立刻可以得到3层星座的幅角取值. 由于本算例中没有对地面轨迹提出经过特定位置的要求, 因此#1层星座的基准星幅角可直接置零. 具体设计结果如表3所示:

表 3 算例2的3层星座设计结果
Table 3 3-shell constellation for test case 2

parameter	shell #1	shell #2	shell #3
α	$1/15.5417 = 10000/155417 = 2/31.0834$		
satellite number	2951	2963	2976
a/km	6723.737	6718.974	6714.003
e	0	0	0
$i/^\circ$	53	48	42
$\Omega^*/^\circ$	0	7.6402	15.2810
$u^*/^\circ$	0	1.2584	2.5067
$\Delta\Omega/^\circ$	−0.2440	−0.2430	−0.2420
$\Delta u/^\circ$	3.7923	3.7772	3.7608

对于本算例的非回归轨道, 回归参数α参照3.1.3节的处理方式. 设计半长径a、倾角i和角度间隔$\Delta\Omega$、Δu时采用满足α的最小整数比, 即$N_{\rm day}/N_{\rm orb} = 10000/155417$, 这样得到的星座满足同轨迹、交错等覆盖需求. 但为了避免星数过多, 最终可以按照需求截断前若干颗卫星. 这里即按照$N^*_{\rm day} = 2$截断, 得到了表3中的卫星数.

对设计出的星座采用附录2中的方法预报2 d, 得到图9中的星下点轨迹, 其中两点间的间隔约为80.67 s. 本算例中的轨迹明显不同于图7中满足回归特性的轨道表现出的闭合的轨迹特征. 由于“类星链星座”的卫星均匀分布在整条轨迹上, 所以即使图中只展示了两天的轨迹, 头尾的轨迹也已经错开. 而如果严格满足2/31的回归特性, 那么此时轨迹应该如图7那样是闭合的.

图9下图展示了前20个节点(约27 min)全星座卫星的星下点轨迹. 可以发现, 由于时间缩短, 头尾轨迹交错部分明显缩短. 这使得我们能看清楚这个有3层星座构成的“类星链星座”的星下点轨迹. 和图6类似, 由于$N^*_{\rm day} = 2$, 因此同层星座中相邻轨迹并不是连续的两圈, 而是分属前后两天. 相邻圈次在星下点轨迹中间隔出现. 从右下局部放大的升轨轨迹可以看出, #2和#3层星座的地面轨迹确实是和#1的地面轨迹交错分布的.

关于该“类星链星座”的地面覆盖, 采用附录3中的网格点, 在仿真计算的2 d中, 地面网格点平均可见星数如图10所示. 受3层星座轨道倾角的限制, 地面可见的范围基本在±53°纬度范围内. 在此范围内, 地面网格点在2 d中基本都可以与“类星链星座”中的卫星保持一定的可见性, 其中约99% (=10137/10242)的网格点平均可见星数不小于1. 值得一提的是, 这一结果只是实际地面覆盖的下限. 由于时间节点间隔约为80.67 s, 因此进一步提高时间分辨率可能会提高计算结果中的可见星数. 更重要的是, 本星座没有设计为回归星座, 因此随着时间的推移, 即使在±53°纬度内确实存在2 d中不能被覆盖的点, 随着轨道面进动, 轨迹布满全球, 这些点也终会被覆盖到.

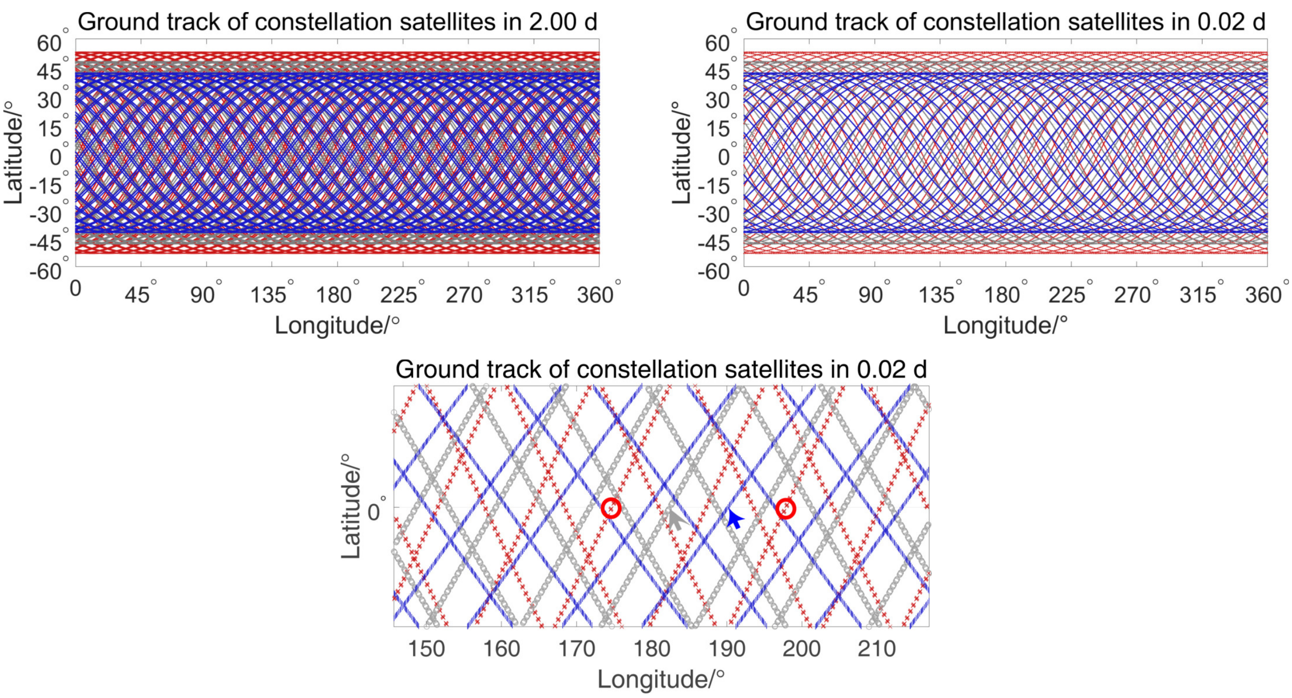

图 9 算例2的仿真结果: 星座卫星2 d内(左上图)及前20个节点(右上图, 约27 min)叠加的地面轨迹. 下图是右上图的局部放大, 用来观察不同层星座的交错轨迹, 图中叉号(×)、圆圈(○)、竖线(|)标记的轨迹分别对应#1、#2和#3层星座. 两个加粗大圆圈标出了相邻圈次的#1层星座升轨, 左侧箭头和右侧箭头分别标记了#2和#3层星座交错分布的升轨.

Fig. 9 Simulation of case 2: accumulated ground tracks of constellation satellites in 2 d (top left frame) and first 20 nodes (top right frame, about 27 minutes). Bottom frame is the zoom-in view of ascending tracks of 3 shells of constellations, where trajectories in crossmark (×), circle (○) and vertical line (|) respectively mark constellation shells #1, #2 and #3. Two large thick circles mark adjacent ascending tracks of #1 shell while left and right arrows respectively indicate the ascending tracks of shells #2 and #3 in an interleaved pattern.

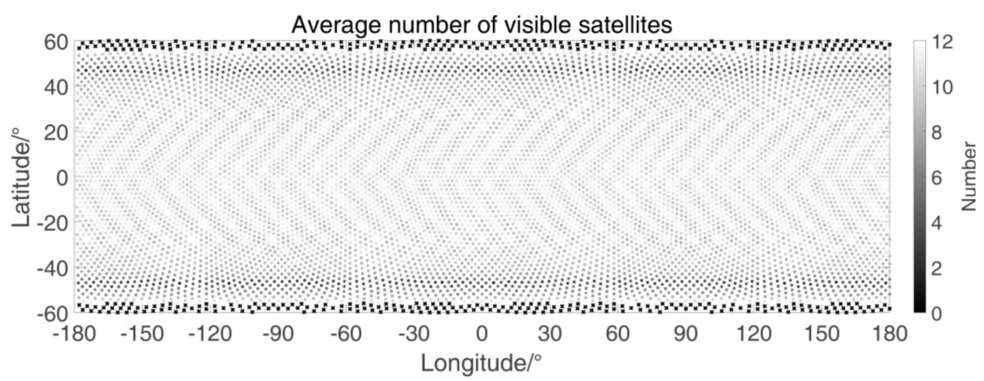

图 10 算例2设计的由3层星座组成的“类星链星座”对地面的覆盖. 圆点表示2 d内地面网格点可见星总数对节点数的平均, 颜色越“深”平均可见星数越少, 越“浅”则越多. 黑色叉表示星座卫星在2 d内对该网格点完全不可见.

Fig. 10 Ground coverage of the Starlink-like constellation, consisting of 3 shells of constellations designed in test #2. Dots denote the average number of visible satellites to the ground points in 2 d (total number of visible satellites averaged over the number of time nodes), where lighter ones denote more and darker ones denote fewer. Black crossmarks are grid points that cannot see any satellites at all in 2 d.

5 总结

本文以太空探索公司公布的星链卫星星座设计专利为基础, 分析这一类型星座的设计思路并给出了设计细节. 文中设计出的类星链星座满足同星座卫星共地面轨迹的特性, 多层类星链星座还可以满足同步(且回归或不回归)的条件. 除了这些星链星座满足的特性, 文章还利用星座卫星轨道中其他自由的根数给出了满足经过地面特征点、轨道面相互交错等特性的设计途径, 并进一步讨论了类星链星座中星间链路的建链策略. 文章展示了两组算例应对不同设计需求的设计结果, 验证了上述设计思路和步骤的可行性.

参考文献

[1] 范丽, 张育林, 曾国强. 上海航天, 2002, 19: 29

[2] Walker J G. Royal Aircraft Establishment Technical Report 70211, 1970

[3] Ballard A H. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1980, AES-16: 656

[4] 向开恒. 卫星星座的站位保持与控制研究. 北京: 北京航空航天大学, 1999.

[5] 范剑峰. 中国空间科学技术. 1986, 6: 22

[6] Herman J F C, Mance S, Forquera P, et al. Satellite Constellation: US10843822B1, 2018

[7] 刘林, 汤靖师. 卫星轨道理论与应用. 北京: 电子工业出版社, 2015: 100

[8] 刘林, 胡松杰, 王歆. 航天动力学引论. 南京: 南京大学出版社, 2006: 133

Analysis and Design of Starlink-like Satellite Constellation

TANG Jing-shi[1,2,3] QU Ying-ying[1,2,3] WANG Qi[4]

(1 School of Astronomy and Space Science, Nanjing University, Nanjing 210023)

(2 Key Laboratory of Astronomy and Astrophysics, Ministry of Education, Nanjing 210023)

(3 Institute of Space Environment and Astrodynamics, Nanjing University, Nanjing 210023)

(4 Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094)

Abstract Satellite constellations are widely used for communication, navigation and Earth observation purposes. They provide good ground coverages and serve better for these needs. Of all the configurations, the Walker constellation is extensively applied in many navigation satellite systems and some low Earth orbit communication constellations, since it can be easily designed and has good coverage. Despite of these advantages, the satellites in Walker constellation generally have different ground tracks. When multiple Walker constellations are to be coordinated, in terms that the orbital planes precess synchronously with the same satellite mean motion Ω_1, the semi-major axes of these Walker constellations would be significantly different even when the orbital inclinations differ by a small amount. The Space Exploration Corp (SpaceX) claimed a new constellation design in a patent for their multi-shell Starlink satellite constellation. Constellation shells with different inclinations have small altitude differences, which facilitates regulatory approval and deployment. Satellites in the same shell can also be easily designed to share the same ground track. Although they claimed these features in the patent, SpaceX shared little technical details regarding how to design these constellations. Here in this paper, we analyze the features of the Starlink constellation and try to find a practical approach to design a Starlink-like constellation, as well as how to determine the rules for inter-satellite links within the constellation.

Key words celestial mechanics: satellite orbit, celestial mechanics: constellation design, space vehicle: Starlink

附录

1 "类星链星座"卫星相位差Δu方程(13)式的求解步骤

正文中(13)式给出了星座卫星相位差Δu满足的方程, 可记为:

$$
\begin{aligned}
G &\equiv H(\Delta u) - \cos\psi^* \\
&\equiv \cos\Delta u\cos(\alpha\Delta u) - \sin\Delta u\sin(\alpha\Delta u)\cos i + \\
&\quad \frac{1}{2}(\cos\Delta u - 1)\sin^2 i\,[1-\cos(\alpha\Delta u)] - \cos\psi^* \\
&= 0\,,
\end{aligned}
$$

其中Δu是星座卫星相位差, $\alpha = N_{\rm day}/N_{\rm orb}$描述了星座轨迹的回归特性, ψ^*是需求给出的相邻卫星地心夹角的最大值.

该式可以采用牛顿迭代法求解, 第k次迭代时得到的$\Delta u^{(k)}$如下

$$
\Delta u^{(k)} = \Delta u^{(k-1)} - \left(\frac{\partial G}{\partial \Delta u}\right)^{-1} G\left(\Delta u^{(k-1)}\right)\,, \tag{20}
$$

其中迭代初值可以选为卫星最大地心夹角, 即$\Delta u^{(0)} = \psi^*$, 偏导数$\partial G/\partial\Delta u$如下:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial G}{\partial \Delta u} = \frac{\partial H}{\partial \Delta u} = \\
&\left(-1-\alpha\cos i + \frac{1}{2}\sin^2 i\right)\sin\Delta u\cos(\alpha\Delta u) + \\
&\left(-\alpha - \cos i + \frac{\alpha}{2}\sin^2 i\right)\cos\Delta u\sin(\alpha\Delta u) - \\
&\frac{1}{2}\sin^2 i\,[\sin\Delta u + \alpha\sin(\alpha\Delta u)]\,.
\end{aligned} \tag{21}
$$

值得一提的是, 计算中发现直接迭代求解$G(\Delta u) = 0$需要迭代数百次才能收敛到连续两次Δu之差不超过10^{-10} deg. 究其原因, $H(\Delta u) - \cos\psi^* = 0$实际是通过余弦值来解算$\Delta u$. 由于余弦函数在角度较小时对角度变化不敏感, 即使使用牛顿迭代迭代最后阶段也会收敛较慢. 一个简单的调整是不直接解算$G(\Delta u) = 0$, 而是迭代求解$G'(\Delta u) = \arccos H(\Delta u) - \psi^* = 0$, 相应地:

$$
\frac{\partial G'}{\partial \Delta u} = \frac{\partial G'}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial \Delta u} = \left(-\frac{1}{\sqrt{1-H^2}}\right)\frac{\partial H}{\partial \Delta u}\,. \tag{22}
$$

计算表明, 对于同样的收敛条件($|\Delta u^{(k)} - \Delta u^{(k-1)}| \leqslant 10^{-10}$ deg), 此时迭代缩短至最少只需两次即可收敛. 计算效率得到显著地提升.

2 J_2摄动长期项系数及预报模型

基于卫星轨道摄动分析解的方法和公式可参见文献[7], 这里仅列举J_2项摄动的长期项系数及二体加J_2作用下的轨道预报模型, 与本文有关章节对照.

令卫星的Kepler轨道根数为$\vec{\sigma} = (a, e, i, \Omega, \omega, M)$, 在精确到一阶摄动的情况下, 可以用包含二体加$J_2$的模型来计算, 其中轨道平根数$\bar{\vec{\sigma}}$的变化可以用下面的式子来表示:

$$
\begin{cases}
\bar{a}(t) = \bar{a}(t_0)\,, \\
\bar{e}(t) = \bar{e}(t_0)\,, \\
\bar{i}(t) = \bar{i}(t_0)\,, \\
\bar{\Omega}(t) = \bar{\Omega}(t_0) + \Omega_1(t-t_0)\,, \\
\bar{\omega}(t) = \bar{\omega}(t_0) + \omega_1(t-t_0)\,, \\
\bar{M}(t) = \bar{M}(t_0) + (\bar{n}_0 + M_1)(t-t_0)\,,
\end{cases} \tag{23}
$$

其中$\bar{n}_0 = \sqrt{\mu/a(t_0)^3}$, J_2项导致的长期项系数为

$$
\begin{aligned}
&\Omega_1 = -\frac{3J_2}{2p^2}n\cos i\,,\ \omega_1 = \frac{3J_2}{2p^2}n\left(2-\frac{5}{2}\sin^2 i\right)\,, \\
&M_1 = \frac{3J_2}{2p^2}n\sqrt{1-e^2}\left(1-\frac{3}{2}\sin^2 i\right)\,,
\end{aligned} \tag{24}
$$

其中$J_2 = 1.083\times10^{-3}, p = a(1-e^2)$.

计算中还会涉及到轨道升交点的地理经度$\Omega_{\rm G}$, 在仅考虑地球自转的情况下显然有:

$$
\Omega_{\rm G}(t) = \Omega_{\rm G}(t_0) + (\Omega_1 - n_{\rm e})(t-t_0)\,, \tag{25}
$$

其中$S_{\rm G}$和$n_{\rm e}$分别为格林尼治恒星时及地球自转角速度.

3 算例2的仿真设置

本节介绍算例2的仿真设置. 首先介绍地面轨迹上相邻两星地心夹角的选取. 根据图8, 由观测几何很容易给出卫星对地以及地面对卫星的可视角

度, 并给出对应的地心夹角最大值, 取其较小者作为卫星与地面点地心夹角允许的最大值$\theta_{\max}$.

如果需要地面轨迹上相邻两颗星能够实现对地面的接力覆盖, 那么就要求前一颗星出视场时后一颗星进入视场, 这就给出了两颗星的地心夹角数值ψ^*. 从图8的右图可以发现, 这和卫星在视场中的轨迹有关. 当视运动轨迹经过天顶时, 允许的ψ^*最大($\psi^* = 2\theta_{\max}$), 此时单颗星在视场中停留时间$\tau_{\rm FOV}$最长. 但这是理想情况, 实际中视运动轨迹可能是图中虚线或点划线对应的轨迹. 如果设$\psi^* = k\theta_{\max} (k \leqslant 2)$, 那么$k$可作为调整视运动轨迹及地心夹角$\psi^*$的参数. 由于3层星座的$a$不同, 因此轨道周期也不同, 视场内相同弧长对应的$\tau_{\rm FOV}$也不同. 不过理论分析和实际计算都表明, 对于a相差约为10 km的3层星座, 各层之间的$\tau_{\rm FOV}$差别在0.1–0.2 s, 没有显著差异.

表4列出了不同的k对应的视场内弧长ψ^*、停留时间$\tau_{\rm FOV}$等指标. 可以发现当要求视场内停留时间不低于1 min时, 可选择$k = 1.5$, 此时地面轨迹上连续两颗星的地心夹角为$\psi^* = 3^\circ.94$.

表 4 算例2中不同视场内轨迹及停留时间

Table 4 Difference trajectories and times in field of view for test case 2

k	$\psi^*/^\circ$	$\tau_{\rm FOV}$/s
1.3	3.4	51.98–52.10
1.5	3.9	59.98–60.11
1.7	4.5	67.98–68.13
2.0	5.3	79.97–80.15

第二, 介绍星地可见性中地面网格点的选取. 地面网格点的选取尽量保持所有网格点的间距相等或接近. 算例中网格点的计算来自开源资源[3], 在计算时首先采用正二十面体剖分球面, 然后用等边的球面三角进一步划分, 循环直到达到所需的分辨率. 以10000个网格点为目标, 程序共生成10242个网格点, 网格点之间的间距约为$2^\circ.81$, 如图11所示.

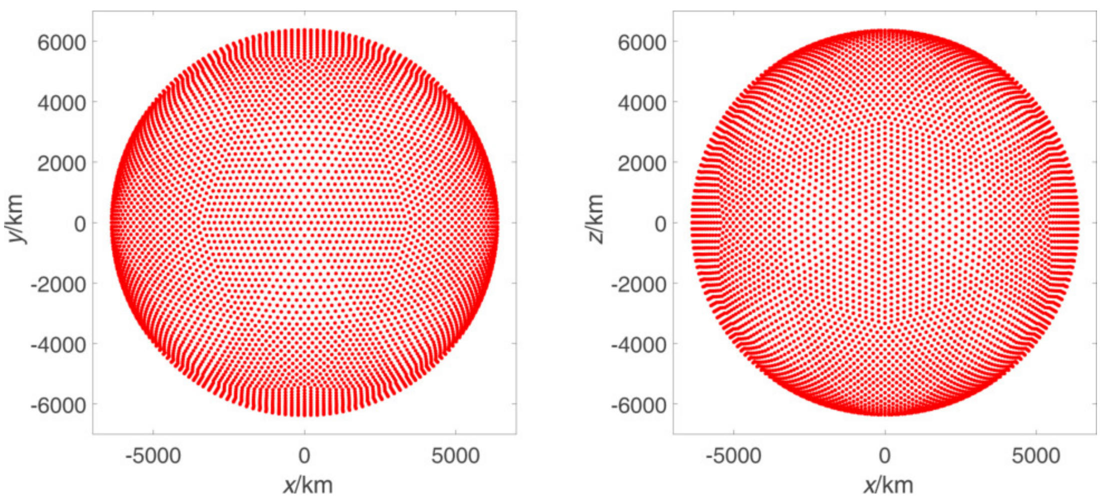

图 11 算例2中用于计算卫星可见性的10242个地面网格点, 网格点之间的间距约为$2^\circ.81$.

Fig. 11 10242 grid points used in test case 2 to assess visibility of the constellation satellites. Grid points are approximately equally spaced, with a distance of about $2^\circ.81$.

[3]Kurt von Laven, Grid Sphere (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/28842-grid-sphere), v1.15版, 最后更新2015年3月13日.