

# 基于扰动观测器的超螺旋终端滑模天线伺服控制方法研究\*

梁娟<sup>1,2</sup> 许谦<sup>1,3,4†</sup> 王娜<sup>1,3,4</sup> 薛飞<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院新疆天文台 乌鲁木齐 830011)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

(3 中国科学院射电天文重点实验室 乌鲁木齐 830011)

(4 新疆射电天体物理实验室 乌鲁木齐 830011)

**摘要** 指向精度是评价射电望远镜天线性能的重要指标, 而天线的伺服控制方法是影响该指标的关键因素. 研究提出了一种基于扰动观测器的超螺旋终端滑模控制方法, 实现了天线伺服系统的全局鲁棒有限时间稳定, 并利用Lyapunov稳定性理论分析了系统的收敛时间. 所提出方法中的滑模变量采用和状态相关的变指数系数, 固定了最大滑动时间提高了系统的鲁棒性. 扰动观测器可准确获取伺服系统的干扰, 结合2阶结构的变增益超螺旋算法的控制率, 能有效缓解抖振现象, 实现天线的鲁棒控制. 仿真结果显示, 系统能在0.55 s左右快速跟踪信号, 跟踪误差小且抖振抑制效果明显. 提出的控制策略能够更快、更简单、更有效地跟踪参考信号抑制天线伺服系统的干扰.

**关键词** 技术: 射电望远镜, 高角分辨率, 非线性控制, 方法: 数据分析

**中图分类号:** P161; **文献标识码:** A

## 1 引言

随着射电望远镜朝着大口径、高频段、高指向精度方向发展, 天线的高精度控制面临巨大挑战<sup>[1-3]</sup>. 大口径天线的实时状态受各类干扰的影响, 较难建立准确的数学模型, 更增加了其控制难度. 这些干扰主要来自天线传动机构的磨损、老化、结构热变形引起设备参数扰动、结构柔性振动<sup>[4]</sup>、未建模状态和环境变化等, 它影响了大口径天线的精确指向<sup>[5]</sup>. 天文观测是探索和跟踪目标的动态过

程, 如何保证天线伺服控制系统具有更强的抗干扰特性和更好的动态特性是一个亟待解决的重要问题.

伺服控制方法对提高天线指向精度起着关键作用. 经典的比例-积分-微分(Proportion Integration Differentiation, PID)控制器是目前天线伺服控制常用的方法, 但PID控制难以满足天线高精度的控制要求. 线性二次高斯控制(Linear Quadratic Gaussian, LQG)<sup>[6-8]</sup>和 $H_\infty$ <sup>[9]</sup>控制器的使用虽然提高了指向精度, 但需要依赖精确的天线模型. 定量

2023-12-05收到原稿, 2024-03-11收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(12273102), 西部之光-西部交叉团队重点实验室专项(xbzb-zdsys-202320), 国家重点研发计划(2021YFC2203601), 中国科学院青年创新促进会(Y202019), 新疆维吾尔自治区自然科学基金项目(2021D01B111、2022D01B72), 中国科学院天文台站设备更新及重大仪器设备运行专项, 中国科学院科研仪器设备研制项目(PTYQ2022YZZD01), 陕西省天线与控制技术重点实验室开放基金项目资助

†xuqian@xao.ac.cn

反馈理论(Quantitative Feedback Theory, QFT)<sup>[10]</sup>虽然可以应用于高度不确定性的系统,但需要进行定量分析和设计. 线性自抗扰控制(Linear Active Disturbance Rejection Control, LADRC)<sup>[11]</sup>通过状态观测器补偿扰动,虽然对扰动的抑制能力有所提高,但收敛时间较长且无法估算.

滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)<sup>[12]</sup>因具有鲁棒性、快速响应等优点在工业控制、航空航天和机器人等领域都有广泛的应用<sup>[13-15]</sup>. SMC能满足大型望远镜不易精确建模,需要克服风载等扰动以达到理想闭环性能的要求,近年来受到望远镜伺服控制技术研究者的重视. 梁静思等<sup>[16-17]</sup>将扰动观测器和滑模控制用于斜轴式望远镜. 刘京等<sup>[18]</sup>也将滑模控制应用于望远镜伺服系统的研究中,提高了系统的鲁棒性,但在设计时使用了线性滑模控制(Linear Sliding Mode Control, LSMC),滑模面是线性函数,系统状态收敛时间较长. 终端滑模控制(Terminal Sliding Mode Control, TSMC)<sup>[19]</sup>在滑模面设计中使用了非线性函数,有效提高了收敛速度,使系统状态在有限时间内收敛于零. 然而,有限时间收敛<sup>[20]</sup>的稳定时间上限与系统初始状态有关. 固定时间收敛<sup>[21]</sup>是有限时间收敛的一个拓展,不受初始状态影响可根据参数预先设定收敛时间上限. 因此, TSMC与经典的LSMC的渐近稳定相比,具有收敛更快、强鲁棒性,收敛时间可预测等优点,对于需要严格约束时间响应的天文观测更适合. 然而常见的这些SMC多采用不连续的控制输入,不可避免地会使系统产生抖振. 抖振现象影响系统的精确定位,增加电机损耗,且控制输入过大不易实现,抖振的抑制也成为滑模控制的研究热点. 为了抑制抖振,研究人员提出了高阶滑模的方法<sup>[22]</sup>,其中超螺旋算法(Super Twisting Algorithm, STA)<sup>[23]</sup>是实际使用的最佳选择之一<sup>[24]</sup>. STA通过将不连续的控制变量积分作用在滑模变量的导数上获得连续控制,使系统轨迹在有限时间内螺旋扭转式绕原点收敛,即解决了输入不连续的问题,还保留了传统滑模控制的优点. 但STA要求扰动边界是预先知道的,且不允许随时间变化. Gonzalez等<sup>[25]</sup>设计了一种时变增益超螺旋算法(Variable

Gain Super Twisting Algorithm, VGSTA),能处理时变和随状态变化的干扰,其增益根据与状态相关的扰动边界进行调整. VGSTA精确补偿了系统的先验未知扰动,实现了工程应用所期望的动态控制输入. Kuang等<sup>[26]</sup>使用VGSTA改善半导体制造中存在有摩擦光刻系统的晶圆台跟踪性能. 然而这些新的算法在天线技术领域的应用较少.

针对天线伺服控制系统高精度、抗干扰、快速响应和实现简单的需求,提出一种基于扰动观测器的全局鲁棒有限时间收敛的超螺旋终端滑模控制(Super Twisting Terminal Sliding Mode Control base on Disturbances Observer, STTSMCDO)方法. 扰动观测器<sup>[27]</sup>具有设计简单、观测准确、能提高系统鲁棒性的特点. 通过使用扰动观测器最大程度地补偿了扰动变化量,未能补偿的扰动通过在滑模面中使用依赖于系统状态的变指数函数,使系统状态变量和滑动变量能在有限时间内快速收敛至滑模面,且系统状态能在固定时间内滑动到平衡点. 利用仿真,通过对比不同算法跟踪天线伺服控制系统角位置和角速度的过程,从而验证所提算法的优越性.

## 2 天线伺服系统控制器设计

天线伺服系统多采用2自由度结构,通过同时调整方位角和俯仰角进行观测<sup>[28]</sup>,方位和俯仰控制可以看成两个独立的控制闭环,可分别对两者进行建模. 以方位控制为例,建立该系统的动力学模型,将荷载视为由无质量刚性杆系统支撑的质量点. 用抛物面板的转动惯量来计算天线的转动惯量. 整个天线系统的完整模型包括驱动模型(伺服电机)和传动模型(轴箱和负载). 轴箱即为一个变速箱,可以看作是由一个杆连接的两个齿轮,变速箱的一次侧与驱动模型相连,二次侧与负载相连.

### 2.1 天线伺服系统动态模型

天线伺服系统考虑有摩擦力的交流伺服电机和两级变速的轴箱,电机矢量控制采用 $i_d = 0$ 的电流控制,天线的机械模型为<sup>[18, 28]</sup>:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_d = Ri_d + L \frac{di_d}{dt} - p\omega_m Li_q; \\ u_q = Ri_q + L \frac{di_q}{dt} + p\omega_m Li_d + p\omega_m \psi_f; \\ K_T i_q = \left( J_m + \frac{J_2}{N_2^2} \right) \ddot{\theta}_m + \left( B_m + \frac{B_2}{N_2^2} \right) \dot{\theta}_m + \\ \quad \frac{K_{12}}{N_2} \left( \frac{\theta_m}{N_2} - N_1 \theta_L \right); \\ \dot{\theta}_m = \omega_m, \end{array} \right. \quad (1)$$

式中,  $R$ 为定子电阻,  $L$ 为定子电感,  $\psi_f$ 为永磁磁场的合成磁链,  $p$ 为磁极对数,  $\omega_m$ 为电机旋转的角速度,  $i_d$ 、 $i_q$ 、 $u_d$ 、 $u_q$ 分别为d轴和q轴的电流和电压,  $K_T$ 为电磁转矩常数,  $K_{12}$ 为和材料相关的齿轮扭矩常数.  $\ddot{\theta}_x$ 、 $\dot{\theta}_x$ 、 $\theta_x$ 分别代表旋转的角加速度、角速度和角位移,  $J_x$ 表示转动惯量,  $B_x$ 表示粘性摩擦系数,  $N_x$ 为齿轮的传动比. 下标 $x$ 为m时表示电机, 为1、2时表示轴箱内齿轮的1次侧和2次侧, 为L时表示负载.

设  $J_m + \frac{J_2}{N_2^2} = J$ ,  $B_m + \frac{B_2}{N_2^2} = B$ ,  $\frac{K_{12}}{N_2^2} = K$ ,  $\frac{K_{12}}{N_2} N_1 = K_L$ . 考虑各部分不确定性, 惯性变化为 $\Delta J$ 、粘性摩擦系数为 $\Delta B$ 、齿轮箱的转矩常数为 $\Delta K_{12}$ 、电机的转矩常数随环境的变化为 $\Delta K_T$ 、未知扰动为 $D$ . 系统总的扰动值 $\Delta$ 有界<sup>[29]</sup>, 且 $\Delta = \Delta J \ddot{\theta}_m + \Delta B \dot{\theta}_m + \Delta K \theta_m + \Delta K_L \theta_L + \Delta K_T i_q + D$ . 则天线伺服系统的机械运动方程可写成:

$$J \ddot{\theta}_m + B \dot{\theta}_m + K \theta_m - K_L \theta_L = K_T i_q + \Delta. \quad (2)$$

## 2.2 扰动观测器设计

选择状态变量

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m & \omega_m & \frac{\Delta}{J} \end{bmatrix}^T \in R^2,$$

天线伺服系统的运动模型(2)式可写成状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = f + gu + x_3; \\ \dot{x}_3 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中  $f = -\frac{B}{J} \dot{\theta}_m - \frac{K}{J} \theta_m - \frac{K_L}{J} \theta_L$  表示可以通过反馈位置、速度获得的信息,  $g = \frac{K_T}{J}$  为与电机的转矩常数相关的函数,  $u$ 为控制器的输入,  $x_3 = d = \frac{\Delta}{J}$  为慢干扰且无法测量.

设计扰动观测器<sup>[27]</sup>为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2 = f + gu + \hat{x}_3 - k_1(\hat{x}_2 - x_2); \\ \dot{\hat{x}}_3 = -k_2(\hat{x}_2 - x_2), \end{cases} \quad (4)$$

其中  $k_1 > 0$ 、 $k_2 > 0$ ,  $\hat{x}_2$ 是对 $\dot{\theta}_m$ 的估计,  $\hat{x}_3$ 为对 $d$ 的估计.

建立李雅普诺夫函数,

$$V_D = \frac{1}{2} \tilde{x}_2^2 + \frac{1}{2k_2} \tilde{x}_3^2, \quad (5)$$

其中  $\tilde{x}_i = \hat{x}_i - x_i$  为实际值和估计值的误差. 对  $V_D$  求导可得,

$$\begin{aligned} \dot{V}_D &= \tilde{x}_2(\tilde{x}_3 - k_1 \tilde{x}_2) + \frac{1}{k_2} \tilde{x}_3(\dot{\tilde{x}}_3 - k_2 \tilde{x}_2) \\ &= -k_1 \tilde{x}_2^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $k_1 > 0$ , 由前文可知总扰动有界, 扰动为慢干扰, 即  $\lim_{t \rightarrow 0} \dot{d} = 0$ . 当  $V_D \equiv 0$ , 则  $\tilde{x}_2$ 、 $\tilde{x}_3$  将渐近地收敛到所期望的平衡点. 根据LaSalle不变性定理可知, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\tilde{x}_3 \rightarrow 0$ , 即  $\tilde{d} \rightarrow 0$ , 观测器能快速观测扰动.

## 2.3 超螺旋终端滑模控制器设计

### 2.3.1 控制器设计

设计变指数系数的滑模面:

$$s = \dot{e} + c_1 [e]^{\frac{\sigma e^2}{1+\mu e^2}} + c_2 e, \quad (7)$$

其中  $[x]^k = |x|^k \text{sign}(x)$ ,  $\text{sign}(x)$  为符号函数,  $\frac{\sigma}{1+\mu} > 1$  且  $\sigma$ 、 $\mu$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  均大于0.  $x_d$  为理想的位置信号,  $x_d$ 、 $\dot{x}_d$ 、 $\ddot{x}_d$  均是连续函数. 位置跟踪误差  $e = x_1 - x_d$ .

滑模控制率为:

$$u = -\frac{1}{g} (u_{eq} + u_{sc}), \quad (8)$$

式中  $u_{eq}$  是等效控制率,  $u_{sc}$  是具有变增益超螺旋开关控制率.

开关控制率 $u_{sc}$ <sup>[25]</sup>是用来消除扰动使滑模变量 $s$ 收敛到0, 跟踪误差及系统状态趋近于滑模面,

$$u_{sc} = h_1(x)\phi_1(s) + \int_0^t h_2(x)\phi_2(s)dt, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} \phi_1(s) &= [s]^{\frac{1}{2}} + h_3 s; \\ \phi_2(s) &= \phi_1'(s)\phi_1(s) = \frac{1}{2}\text{sign}(s) + \frac{3}{2}h_3[s]^{\frac{1}{2}} + h_3^2 s, \end{aligned} \quad (10)$$

$h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ 为控制增益, 且均不小于零.

等效控制率 $u_{eq}$ 是在不考虑扰动的情况下将系统状态维持在滑模面上, 即 $s = 0$ , 则 $u_{eq}$ 为:

$$u_{eq} = [c_1 A(e) + c_2](x_2 - \dot{x}_d) + f(x) - \ddot{x}_d, \quad (11)$$

其中 $A(x) = \sigma \frac{2\ln|x|+1+\mu x^2}{(1+\mu x^2)^2} |x|^{\frac{\sigma x^2}{1+\mu x^2}+1}$ .

### 2.3.2 稳定性分析

采用超螺旋滑模控制律则滑模变量的导数可以写成:

$$\begin{cases} \dot{s} = -h_1(x)\phi_1(s) + z + d_1(s, t); \\ \dot{z} = -h_2(x)\phi_2(s) + \dot{d}_2(t), \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $z$ 为超螺旋控制律的二阶表达式, 可将扰动写成 $d = d_1(s, t) + \dot{d}_2(t)$ .  $|d_1(s, t)|$ 、 $|\dot{d}_2(t)|$ 有界<sup>[25]</sup>,  $|d_1(t)| \leq D_1|\phi_1(s)|$ ,  $|\dot{d}_2(t)| \leq D_2|\phi_2(s)|$ 且 $D_1$ 、 $D_2 \geq 0$ .

设 $Z^T = [\phi_1(s) \ z]$ , 则对具有二次型的李雅普诺夫方程 $V(z) = Z^T P Z$ 求导可得,

$$\dot{V}(z) = -\left(\frac{1}{2}|s|^{-\frac{1}{2}} + h_3\right) Z^T Q Z, \quad (13)$$

其中,  $Q =$

$$\begin{bmatrix} 2P_1 \left(h_1 - \frac{d_1(s, t)}{\phi_1(s)}\right) + 2P_3 \left(h_2 - \frac{\dot{d}_2(t)}{\phi_2(s)}\right) & * \\ P_3 \left(h_1 - \frac{d_1(s, t)}{\phi_1(s)}\right) + P_2 \left(h_2 - \frac{\dot{d}_2(t)}{\phi_2(s)}\right) - P_1 & -2P_3 \end{bmatrix}$$

且 $Q$ 是对称矩阵.

取

$$\begin{cases} h_1(x) = \frac{P_2}{P_3^3 - P_1 P_2 P_3} \left[ \frac{1}{4}(-P_3 D_1 - P_2 D_2)^2 - P_3(P_1 D_1 - P_3 D_2) + \frac{P_1 P_3^2}{P_2} \right]; \\ h_2(x) = \frac{P_3}{P_2} h_1 - \frac{P_1}{P_2}, \end{cases}$$

其中 $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_3 \\ P_3 & P_2 \end{bmatrix}$ ,  $P_1 > 0$ 、 $P_3 < 0$ 、 $P_1 P_2 > P_3^2$ ,

选择 $h_3 > 0$ 、 $\phi_1'(s) > 0$ 、 $Q$ 为正定矩阵, 则 $\dot{V}_z < 0$ ,  $Z^T = [\phi_1(s) \ z]$ 收敛至0, 同时位置跟踪误差 $e$ 及其导数 $\dot{e}$ 收敛至0, 系统全局稳定, 状态向量可以跟踪期望的轨迹.

### 2.3.3 收敛时间分析

控制输入将系统的滑模动态约束在滑模面上, 从而使系统轨迹滑向平衡点. 滑模控制中的状态向量从初始状态向平衡点趋近的时间可分为趋近过程和滑动过程两个部分.

第1个部分, 系统状态向量在滑模面上从初始状态 $x_0$ 向平衡点移动的滑动运动过程(即 $s = 0$ ), 滑动的时间为 $T(x)$ . 由(7)式可知:

$$\dot{e} = -c_1 [e]^{\frac{\sigma e^2}{1+\mu e^2}} - c_2 e. \quad (14)$$

选择李雅普诺夫方程 $V(e) = e^2$ , 对其求导可得:

$$\dot{V}(e) = 2e\dot{e} = -2c_1 [e]^{\frac{\sigma e^2}{1+\mu e^2}+1} - 2c_2 e^2. \quad (15)$$

当 $V(e) \leq 1$ 时, 则 $\min(|e|^{\frac{\sigma e^2}{1+\mu e^2}}) \geq \min(|e|^{\sigma e^2}) = E^{-\frac{\sigma}{2E}}$ <sup>[30]</sup>,  $E$ 为自然常数且 $\ln(E) = 1$ . 滑动时间 $T_1(e)$ 为:

$$\begin{aligned} T_1(e) &\leq \int_1^0 \frac{1}{-2c_1 E^{-\frac{\sigma}{2E}} V^{\frac{1}{2}}(e) - 2c_2 V(e)} dV(e) \\ &= \frac{1}{c_2} \ln \left( 1 + \frac{c_2}{c_1 E^{-\frac{\sigma}{2E}}} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

当 $V(e) \geq 1$ 时, 令 $\frac{\sigma e^2}{1+\mu e^2} = \gamma$ 、 $\frac{\sigma}{1+\mu} = \eta$ , 则 $\frac{\gamma+1}{2} > \frac{\eta+1}{2} > 1$ 、 $e < e^{\eta+1}$ , 滑动时间 $T_2(e)$ 为:

$$T_2(e) \leq \int_{V(e_0)}^1 \frac{1}{-2c_1 V^{\frac{\eta+1}{2}}(e) - 2c_2 V(e)} dV(e)$$

$$= \frac{1}{c_2(\eta-1)} \ln \left( 1 + \frac{c_2}{c_1} \right). \quad (17)$$

合并以上(16)式和(17)式两个时间段, 系统状态向量由初始状态 $x_0$ 在固定式时间 $T(e)$ 内到达原点,  $T(e)$ 满足以下等式:

$$T(e) = T_1(e) + T_2(e) \leq \frac{1}{c_2} \ln \left( 1 + \frac{c_2}{c_1 E^{-\frac{\sigma}{2E}}} \right) + \frac{1}{c_2(\eta-1)} \ln \left( 1 + \frac{c_2}{c_1} \right). \quad (18)$$

第2个部分, 滑模变量从初始状态 $s_0$ 趋近于滑模面的趋近运动过程, 其趋近时间为 $T(s)$ .

$\|Z\|_2^2$ 是 $Z$ 的2次范数,  $\|Z\|_2^2 = Z_1^2 + Z_2^2 = |s| + 2h_3|s|^{\frac{3}{2}} + h_3^2 s^2 + z^2$ , 可知<sup>[25]</sup>:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}\{P\}\|Z\|_2^2 &\leq Z^T P Z \leq \lambda_{\max}\{P\}\|Z\|_2^2; \\ -\lambda_{\min}\{Q\}\|Z\|_2^2 &\geq -Z^T Q Z \geq -\lambda_{\max}\{Q\}\|Z\|_2^2, \end{aligned} \quad (19)$$

则,

$$|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + h_3 s = |\phi_1(s)| \leq \|Z\|_2 \leq \frac{V^{\frac{1}{2}}(z)}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}\{P\}}. \quad (20)$$

由(13)式可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(z) &\leq - \left( \frac{1}{2}|s|^{-\frac{1}{2}} + h_3 \right) \frac{\lambda_{\min}\{Q\}}{\lambda_{\max}\{P\}} V(z) - \\ &M_1 V^{\frac{1}{2}}(z) - M_2 V(z), \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $M_1 = \frac{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}}{2\lambda_{\max}\{P\}}$ ,  $M_2 = \frac{\lambda_{\min}\{Q\}}{\lambda_{\max}\{P\}} h_3$ .

滑模变量从初始状态 $s_0$ 在有限时间内到达滑模面, 趋近时间 $T(s)$ 为:

$$T(s) = \frac{2}{M_2} \ln \left[ \frac{M_2}{M_1} V^{\frac{1}{2}}(s_0, z_0) + 1 \right], \quad (22)$$

其中 $s_0, z_0 \geq 0$ .

综合以上内容由(18)式和(22)式可知, 闭环系统从初始状态在有限时间 $T \leq T(e) + T(s)$ 内达到平衡状态.

### 3 仿真结果及分析

#### 3.1 固定时间收敛滑模面验证

对设计的变指数系数滑模面(7)式在固定时间内收敛进行验证, 选择参数 $\sigma = 3$ 、 $\mu = 1$ 、 $c_1 = 2$ 、 $c_2 = 2$ , 不同初始状态 $x_0 = 0.1, 0.5, 1, 3, 5, 10, 20$ 时的位置误差和速度误差的收敛曲线如图1所示.

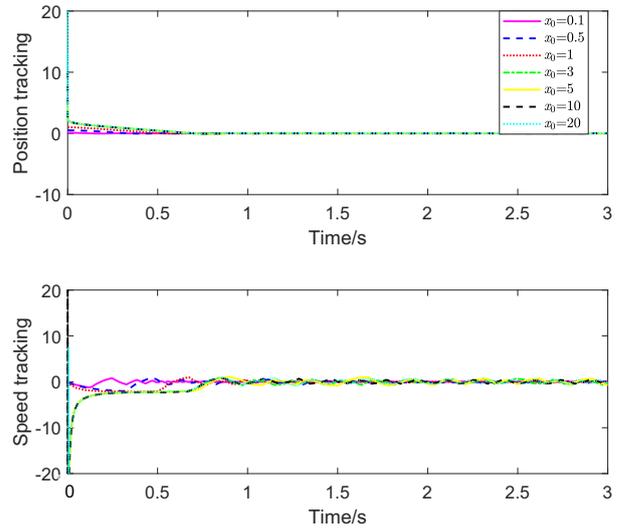


图1 不同初始状态的收敛时间比较

Fig.1 Comparison of convergence times for different initial states

由(18)式可以计算出状态变量在滑模面上滑动最大的收敛时间 $T(e) \leq 1.1401$  s, 这与图1中收敛时间相符. 从图1的收敛曲线可以看出不论初始条件远离平衡点多远, 在0.75 s后所有的收敛曲线基本重合, 不同状态在刚开始的瞬间几乎垂直收敛到滑模面附近, 不受初始状态的影响.

#### 3.2 天线正弦曲线跟踪实验

考虑永磁同步电机的大口径望远镜天线系统的传递函数<sup>[18]</sup>如下:

$$G(s) = \frac{1900s}{68.495s^2 + 4636s + 16537.86}, \quad (23)$$

设置系统的理想位置信号为正弦信号 $x_d = \sin t$ , 系统在运行5 s后加入扰动信号 $d(t) = 2 \sin(0.5t)$ , 被控对象的初始状态为

$$\mathbf{x}_0^T = [x_{10} \quad x_{20}] = [0.5 \quad 0].$$

选取4种控制算法进行比较,其参数如下:STTSMCDO使用滑模面和控制律分别如(12)式和(13)–(16)式,参数设置如下: $\sigma_1 = 2$ 、 $\mu_1 = 0.1$ 、 $c_1 = 2$ 、 $c_2 = 9$ 、 $h_3 = 2$ 、 $a = 2$ 、 $b = 1$ ;固定时间滑模控制器(Fixed-time Sliding Mode Controller, FXSMC)<sup>[30]</sup>滑模面为 $s = \dot{e} + c_1[e]^{\frac{\lambda_1 e^2}{1 + \mu_1 e^2}}$ ,参数设置如下: $\sigma_1 = 3$ 、 $\mu_1 = 1$ 、 $\sigma_2 = 4$ 、 $\mu_2 = 1$ 、 $c_1 = 2$ 、 $k_1 = 4$ 、 $k_2 = 4$ ;LSMC<sup>[18]</sup>滑模面为 $s = \dot{e} + c_1 e$ ,参数设置如下: $c_1 = 2$ 、 $k_1 = 4$ 、 $k_2 = 4$ 、 $k_3 = 2$ 、 $k_4 = 2$ 、 $\alpha = 2$ 、 $\beta = 0.5$ ;PID控制器中 $P_{PID} = 60$ 、 $I_{PID} = 1$ 、 $D_{PID} = 3$ 分别为控制器比例、积分、微分的参数。

4种控制器的仿真结果如图2、3所示。

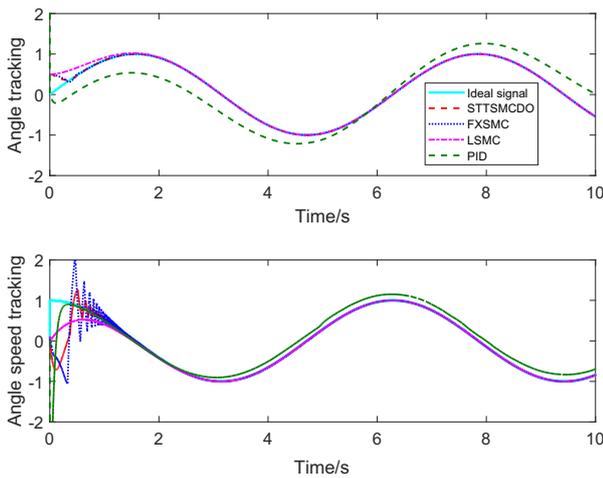


图2 大口径望远镜天线伺服系统的跟踪角位移信号和角速度信号

Fig. 2 Angle tracking and angle speed tracking of large aperture telescope antenna servo system

图2天线角位移和角速度的跟踪曲线可以看

出,PID控制始终偏离参考信号未能精确跟踪参考值,在加入扰动后曲线有偏离的趋势.其余3种滑模控制,LSMC的收敛时间较其余两种更长,线性滑模面的特性决定了系统状态是渐近收敛的,加入扰动后出现小的偏差.STTSMCDO和FXSMC的跟踪效果较好,变指数系数的滑模面特性决定了系统能在有限时间内快速跟踪参考信号,且不易受到扰动的影响.相对于FXSMC,STTSMCDO的滑模面还增加了线性部分,使系统状态变量即使在接近平衡点时仍能保持了快速的收敛速度.此外FXSMC在跟踪角速度时,在开始1 s内有较大的抖动.表1是4种控制算法跟踪正弦信号的性能指标,可以看出STTSMCDO在收敛时间和角位移、角速度误差的均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)都更具优势。

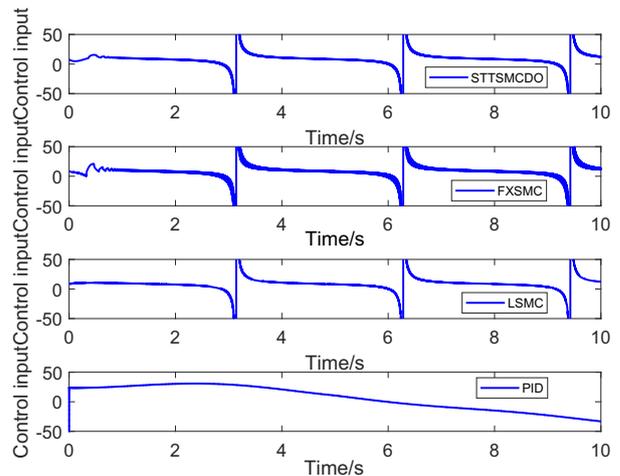


图3 大口径望远镜天线伺服系统的控制输入

Fig. 3 Control input of large aperture telescope antenna servo system

表 1 正弦信号响应性能指标

Table 1 Sinusoidal signal response performance indices

Index	STTSMCDO	FXSMC	LSMC	PID
Settling time/s	0.55	0.73	1.9	5.82
Position tracking error RMSE	0.00076	0.00112	0.00129	0.74889
Speed tracking error RMSE	0.00136	0.00201	0.00234	0.07308

图3大口望远镜天线伺服系统的控制输入可以看出, 4种控制算法中PID控制曲线较为平滑, 因其输入的为连续信号. 其他3种均为滑模控制, 因滑模控制是通过高频切换来使系统状态近似在滑动曲面上滑动最终稳定在原点的, 所以控制输入均有波动. 其中FXSMC方案抖振较为明显, 这与其使用了1阶变指数系数的趋近律相符, 虽然鲁棒性较好但需要较大的控制输入. STTSMCDO和LSMC控制算法除在换向过程中会产生输入峰值, 在单向运行时抖振可以得到较好的抑制. 但LSMC的控制输入量小也导致了系统整体的动态性能变差. 在相同的控制输入STTSMCDO方案中, 因采用了扰动观测器减少了控制的幅值, 变增益超螺旋的开关控制律的增益随干扰变化, 使继承了2阶函数滤波特性的控制输入更加平滑, 较好地抑制了抖振.

综上所述, 设计的变指数系数滑动面(7)式不仅提高了系统状态的响应速度, 还能够保证足够的跟踪精度和系统稳定性. 开关控制率(9)式采用变增益超螺旋算法, 能够在系统具有扰动的前提下快速稳定收敛, 采用的变增益也比传统的固定增益更具优势, 有效减小了抖振的产生. 通过仿真实验可以看出, 所提出的基于扰动观测器的有限时间稳定的超螺旋终端滑模控制器在天线伺服控制系统仿真中约0.55 s即可跟踪参考信号, 系统状态能在有限时间内收敛到原点, 跟踪误差的RMSE最小, 同时使用的超螺旋算法和扰动观测器使控制器鲁棒性提高且较好地抑制了抖振. 因此该方法具有收敛时间短、控制精度高、抗扰动的优势.

### 3.3 风载实验

风载扰动是影响大型天线指向和跟踪精度的主要外部干扰, 风荷载分为平均荷载(或静荷载)和变荷载(阵风), 风作用于天线的扭矩的大小取决于天线的几何形状、相对于风的方向和风的特性. 平均荷载的风我们可以看做是固定或缓慢变化的转矩, 阵风分量是一个随机过程, 天线中常用Davenport风速谱, 阵风作用在望远镜轴上的随机力矩与随机风速大小之间呈正比, 且满足<sup>[5]</sup>:

$$T_w = \frac{c_t \alpha_p \pi D^3 \nu_m^2}{2N_P} \Delta \nu_0, \quad (24)$$

其中 $c_t$ 为风向折算系数,  $\alpha_p$ 为静态空气密度,  $N_P$ 为齿轮比,  $\nu_m$ 为静态风速,  $\Delta \nu_0$ 为风速模型的单位标准差.

风载仿真实验通过以上方法产生随机力矩作用在天线上, 参考位置指令为 $x_d = \sin(t)$ , 控制器采用(8)–(11)式, 观测器采用(4)式, 参数选用 $c_1 = 2$ 、 $c_2 = 9$ 、 $\sigma = 2$ 、 $\mu = 0.1$ 、 $h_3 = 2$ 、 $k_1 = 5000$ 、 $k_2 = 500$ 、 $c_t = 0.25$ 、 $\alpha_p = 0.613 \text{ N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-4}$ 、 $D = 50 \text{ m}$ 、 $\nu_m = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 仿真结果见图4和图5.

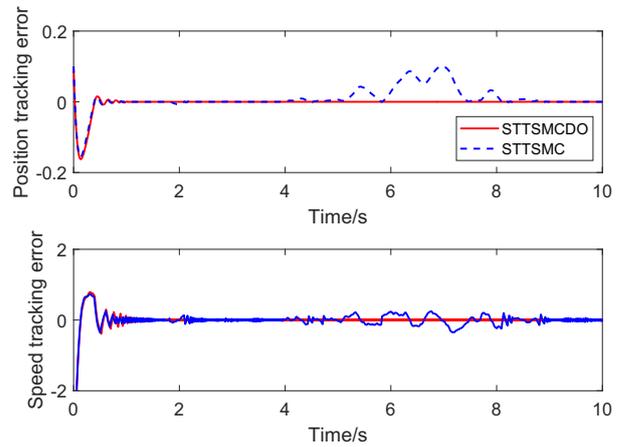


图4 有无扰动观测器的风载实验位置跟踪误差和速度跟踪误差比较

Fig. 4 Comparison of position tracking error and velocity tracking error in wind-loaded experiments with or without disturbance observer

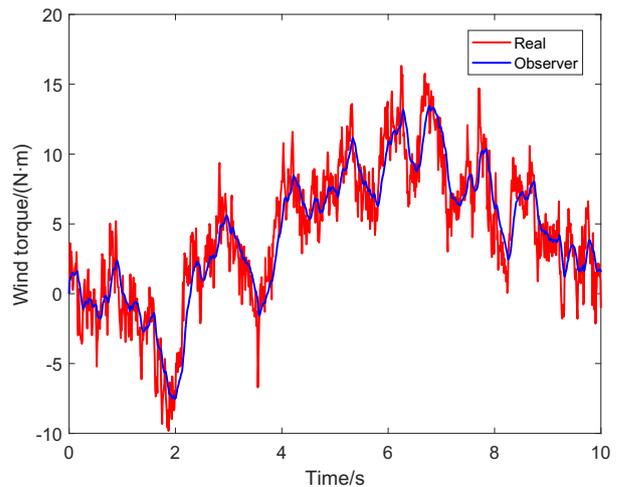


图5 风载干扰及测量结果

Fig. 5 Disturbance of wind-loaded and its estimate

图4的位置误差和速度误差曲线可以看出, STTSMCDO因具有扰动观测器抑制了随机风载引起的不利影响, 具有更好的抑制作用. 表2的角位移误差和角速度误差的RMSE值也证明具有扰动观测器STTSMCDO跟踪精度也得到了显著提高, 相对于STTSMC指向RMSE减少了1/2以上. 图5随机风载的观测曲线显示了干扰观测器能较好地观测到外部随机风载的力矩, 控制器将估计风载力矩并作出补偿, 提高其鲁棒性和动态性能.

表 2 风载实验跟踪误差的均方根  
Table 2 Root mean square of tracking error of wind-loaded experiment

Index	STTSMCDO	STTSMC
Position tracking error RMSE	0.00082	0.00205
Speed tracking error RMSE	0.0402	0.10042

## 4 结论

针对存在扰动的大口径望远镜天线伺服系统, 提出了一种基于扰动观测器的有限时间稳定的超螺旋终端滑模控制器. 设计了具有鲁棒性且能在有限时间内收敛的控制器, 用状态变指数系数的鲁棒固定时间稳定的滑模面、变增益超螺旋控制律. 通过Lyapunov方法对控制器进行了稳定性分析和收敛时间上界的计算. 仿真结果验证了STTSMCDO方法理论分析的有效性, 通过对比常用的PID、LSMC、FXSMC控制方法, 提出的方法在收敛时间、控制精度、抑制抖振、抗干扰等方面更具优越性和可行性. 该方法可以用于提升天线伺服系统的动态性能指标和鲁棒性, 可为新疆奇台110 m口径全向可动射电望远镜(QiTai Telescope, QTT)<sup>[31]</sup>的高精度指向控制提供参考方案.

## 参考文献

[1] 王娜. 中国科学: 物理学力学天文学, 2019, 49: 5

- [2] Mulla A A, Vasambekar P N. Annual Reviews in Control, 2016, 41: 47
- [3] 杜彪, 伍洋, 张一凡, 等. 无线电通信技术, 2016, 42: 1
- [4] 李琳, 许谦, 王文娟, 等. 天文学报, 2022, 63: 124
- [5] Gawronski W. Modeling and Control of Antennas and Telescopes. Massachusetts: Springer, 2008: 95
- [6] Guo Y, Wang J, Kong L, et al. Optik, 2021, 230: 166333
- [7] Gawronski W, Ahlstrom H G, Bernardo A M. ISAT, 2004, 43: 597
- [8] Gawronski W. IFAC Proceedings Volumes, 2005, 38: 223
- [9] Gawronski W. IAPM, 2001, 43: 52
- [10] Sahoo S K, Roy B K. Antenna Azimuth Position Control Using Quantitative Feedback Theory (QFT). International Conference on Information Communication and Embedded Systems, India Chennai, Feb 27-28, 2014
- [11] Song X L, Wang D X, Zhou W P. RAA, 2021, 21: 163
- [12] Li J, Xu D, Ren Z. IFAC Proceedings Volumes, 1999, 32: 2737
- [13] Lin X, Zhang B, Fang S, et al. ISAT, 2023, 138: 639
- [14] 张宏焯, 程小平. 舰船电子工程, 2020, 40: 78
- [15] 邓永停, 李洪文, 王建立. 中国光学, 2015, 8: 895
- [16] 梁静思, 王海仁, 左营喜, 等. 天文学报, 2023, 64: 62
- [17] Liang J S, Wang H R, Zuo Y X, et al. ChA&A, 2024, 48: 353
- [18] 刘京. 基于永磁同步电机的大型望远镜低速伺服系统研究. 北京: 中国科学院大学, 2018, 61: 77
- [19] Man Z H, Yu X H. ITCS, 1997, 11: 44
- [20] Bhat S P, Bernstein D S. SJCO, 2000, 38: 751
- [21] Polyakov A, Krstic M. ITAC, 2023, 68: 6434
- [22] Laghrouche S, Plestan F, Glumineau A. Autom, 2007, 43: 531
- [23] Levant A. IJC, 1993, 58: 1247
- [24] Moreno J A, Osorio M. ITAC, 2012, 57: 1035
- [25] Gonzalez T, Moreno J A, Fridman L. ITAC, 2012, 57: 2100
- [26] Kuang Z, Sun L, Gao H, et al. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27: 214
- [27] Kawamura A, Itoh H, Sakamoto K. ITIE, 1994, 30: 456
- [28] Jiménez-García S, Magaña M E, Benitez-Read J S, et al. Simulation Practice & Theory, 2000, 8: 141
- [29] Zou Q, Sun L, Chen D, et al. IEEE Access, 2020, 8: 166150
- [30] Moulay E, Léchappé V, Bernuau E, et al. ITAC, 2022, 67: 1061
- [31] Wang N, Xu Q, Ma J, et al. Science China (Physics, Mechanics & Astronomy), 2023, 66: 154

## Research on Antenna Servo Control Method Based on Super Twisting Terminal Sliding Mode of Disturbance Observer

LIANG Juan<sup>1,2</sup> XU Qian<sup>1,3,4</sup> WANG Na<sup>1,3,4</sup> XUE Fei<sup>1,2</sup>

(1 Xinjiang Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(3 Key Laboratory of Radio Astronomy, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011)

(4 Xinjiang Key Laboratory of Radio Astrophysics, Urumqi 830011)

**ABSTRACT** Pointing accuracy is an important index to evaluate the performance of radio telescope antenna, and the servo control method of antenna is the key factor to affect the index. A new sliding mode control method based on disturbances observer is proposed to achieve global robust fixed-time stability of antenna servo system. The settling time is analyzed by using Lyapunov theory. The sliding mode variable in the proposed method adopts the variable exponential coefficient related to the state, which calculate the maximum sliding time in advance and improves the robustness of the system. The use of disturbance observer can accurately obtain and compensate the servo system interference, combined with the control input of the 2 order variable gain super twisting algorithm, which effectively alleviates the chattering phenomenon, and realizes the robustness control of the antenna. The simulation results show that the system can track the signal quickly at about 0.55 s, the tracking error is small, and the inhibition effect of chattering is obvious. The proposed control strategy can track the reference signal faster, simpler and more effectively to suppress the interference of the antenna servo system.

**Key words** techniques: radar astronomy, high angular resolution, nonlinear control, methods: data analysis